

青森と地域経済動向:景気動向指数に見る景気変動パターン*

(Regional Economy in Aomori Prefecture)

青森地域社会研究所
高山 貢
(Mitsugu Takayama)

要 旨

本研究^{*}の対象分野は青森県における地域経済動向、なかでも青森県の産業構造の変化と景気変動パターンを中心に分析している。

青森県の産業構造は1985年～2005年の20年間で農林水産業の一次産業から、建設業、製造業中心の二次産業、サービス業、政府サービス生産者などの三次産業にウエートがシフトしている。

こうした産業構造の変化に伴い、青森県経済は自給型の経済から域際取引が活発化する開放型の経済構造に変わりつつある。

本研究では、青森県経済は2002年度以降、産業構造、経済構造の大きな転換期を迎えたと仮定し、この仮説をもとに青森県の景気変動パターンが変化したことを多様な分析手法により検証した。

キーワード 産業構造の変化、公共事業の縮減、域際取引の拡大、景気動向指数の変化

はじめに

これまで、都道府県単位の産業構造の変化に焦点を当て、その変化がもたらす景気変動パターンに関する研究はあまり行われていない。これは、地域の景気変動は国とほぼ同期するとの理由から、研究対象としての関心が低かったためと考えられる。しかし、経済のグローバル化、国際分業体制の広がりなどを背景に国内製造業の海外進出が加速し始めた90年以降、地域の景気動向に関する先行研究が散見されている。例えば、林田(2007)は主成分分析をもとに電力供給地域別の景気指標を開発した。七十七銀行(2006年)は主成分分析を用い、宮城県の景気インデックスを開発、月次で発表している。三井(2003)は景気動向指数CIを作成し、岐阜県の景気動向と地域特性を分析している。

本研究の以下の構成は次の通りである。最初に青森県の産業構造を経済構造と域際取引の状況を表すスカイライン分析を用い、産業構造や移輸出・移輸入の変化を分析している。次に、青森県景気動向指数をもとにした4つの分析と新たな景気指標を作成し、作業仮説を検証している。

* 本稿は青森公立大学へ提出した2010年度修士論文の内容を配布資料に編集したものである。本稿に関する責任はあくまでも筆者個人にあり、本稿の内容は著者の所属する機関とは関係ないことをお断りしておく。

1 青森県経済の姿

青森県は人口132万人、県内主要都市には県庁所在地の青森市、東北有数の産業都市である八戸市、りんご、桜で知られる弘前市などがある。歴史的には八戸から下北半島全域にかけては南部藩、弘前を中心とした津軽藩に分かれ、南部、津軽両地域の文化、風土、方言、気質には大きな違いがある。

県内総生産ベース(構成比)では、一次産業が全国第2位、二次産業が同37位、三次産業が同25位となり、産業別では農林水産業、サービス業などのウエートが高く、製造業のウエートが低いといった特徴がある。

青森県は農林水産業の付加価値を高め、販路を海外、県外に拡大する「攻めの農林水産業」を展開しているほか、2002年の東北新幹線八戸延伸、2010年の新青森駅開業を機に観光産業の振興を図っている。このほか、風力、バイオマスなどの新エネルギーの産業化でも他を一步リードしている。

1-1 青森県の産業構造

青森県の産業構造は、過去数十年間に劇的な変化を遂げた。第一次産業の占める割合は、表1にみるように1955年度の40.9%から2006年度には県内GDPのわずか4.4%にまで低下した。一方、第二次産業は、1960年代の高度経済成長期に大幅な伸びを示し、1993年度には県内GDPの25.8%を占めた。しかしながら、1970年代の二度に及ぶエネルギー危機、経済のグローバル化、国内製造業の空洞化、財政難による公共工事の縮減といった製造業、建設業への逆風の中、2006年度には24.6%と幾分落ち込んでいる。一方、第三次産業は、人口高齢化、情報化の進展、経済のサービス化を背景にコンピュータ、情報技術の進展、環境関連ビジネスなどの新分野が急速に拡大し、各種サービス産業の占める割合が徐々に拡大、2006年度には、県内GDPの72.4%と大半を占めている。

青森県の産業構造(2006年度)を全国と比較すると、表2にみるように農林水産業のウエートが4.4%と全国(1.5%)を大幅に上回り、建設業が0.8ポイント、政府サービス生産者が6.5ポイントそれぞれ全国を上回っている。逆に、製造業、サービス業は全国をそれぞれ4.2ポイント、2.1ポイント下回っている。

表1 青森県の産業構造

	単位%		
	昭和30年度 (1955)	平成5年度 (1993)	平成18年度 (2006)
一次産業	40.9	5.1	4.4
二次産業	17.5	25.8	24.4
三次産業	45.6	71.5	72.4

資料:青森県経済白書より筆者作成

三次産業には政府サービス生産者、対家計民間非営利サービスを含む帰属子等が含まれているため、合計は100%にならない

表2 青森県と全国の産業構造

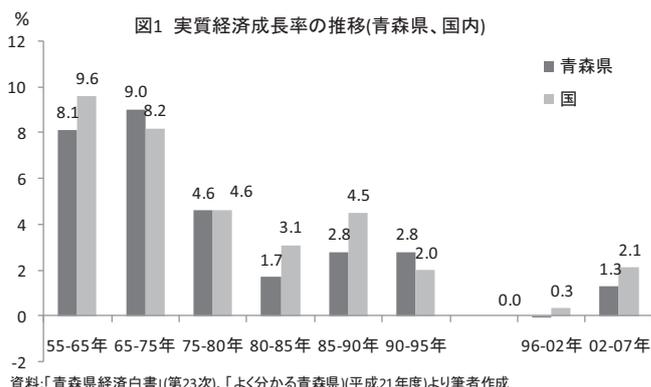
2006年度の主要産業	単位%	
	青森県	全国
農林水産業	4.4	1.5
製造業	17.0	21.2
建設業	7.1	6.3
サービス業	19.7	21.8
政府サービス生産者	15.8	9.3

資料:「青森県県民経済計算」「国民経済計算年報」より筆者作成
主要産業の掲載したため合計は100%にならない

青森県の実質経済成長率は図 1 にみるように、1975 年代以降、1990 年までは全国を下回った。青森県はもともと農林水産業のウエートが高く、製造業も食料品製造業などの生活関連型が大半で、産業構造の高度化に立ち遅れた。建設業は公共工事に依存した脆弱な土木建設業が中心であり、労働生産性、付加価値生産が低い産業構造だった。このため、青森県の経済成長は全国に比べ、見劣りする状況が長く続いた。

ただ、バブル崩壊後の 1990～1995 年、青森県経済は図 1 に示したように一時的ではあるが、全国を上回る経済成長を実現した。この理由として、バブル崩壊後の不況対策として、国、青森県が公共投資を大幅に増額した結果、建設業の総生産額が大幅に伸びたことが挙げられる。

しかし、国、青森県の財政事情悪化により公共投資が 1997 年度以降大幅に縮減され、建設業のマイナス成長が続いた結果、2002 年～2007 年の 5 年間の GDP 成長率は再び全国を下回った。



1-2 産業連関分析による青森県経済の構造変化(1985 年～2005 年)

産業連関表を用い、長期時系列データを用い、産業構造分析を行った。青森県の産業構造と域外取引の関係を把握するためにスカイライン図¹の推移でその変化を見ていくことにする。

1-2-1 青森県経済のスカイライン分析

青森県の産業スカイライン図(1985 年、2000 年、2005 年)の変化を図 2～図 4 で見ると、青森県の産業構造は製造業中心に移輸出型に変化していく過程が分かる。

1985 年の産業スカイライン図 2 をみると、棒グラフの高さは県内産業では農業が最も高く、地域内の生産額が大きく、自給率が高い産業となっている。製造業はグラフの横幅に示されているように食料品製造業中心の産業構造であることが分かる。しかし、総需要に占める移輸出の割合が

¹ スカイライン図の描画には「Ray スカイラインチャート作成ツール」は宇多(2011)を使用した。

50%前後に止まり、総供給でも、自給率が 120%程度と県内需要中心の産業構造が示されている。三次産業では商業、運輸、サービス業などは棒グラフの高さが 100%程度に止まり、域際取引がほとんど見られない。いずれの産業も総需要=総供給の水準は移・輸出、移・輸入が少なく、県内需要に依存する割合が高い産業構造となっている。

次に、2000 年の産業スカイライン図 3 をみると、県(国)外との域際取引が活発になっていることが分かる。製造業の素材型産業、電気機械を中心に移・輸出分が大幅に増加、対事業所サービスにみられるように移・輸入の割合も増えている。いずれの産業も総需要=総供給の水準は域際取引が活発化したことにより、以前に比べ自給型から移・輸入、移輸出取引が増加する域際取引型へシフトしており、青森県の経済構造が変化していることが分かる。

2005 年の産業スカイライン図 4 で見ると、農業、製造業を中心とした域際取引の活発化がうかがわれているが、2005 年はこれが非製造業のサービス業、商業、運輸業、情報通信業まで広がり、県内経済のサービス化、情報化を裏付ける結果となっている。

図 2 1985 年の産業スカイライン図

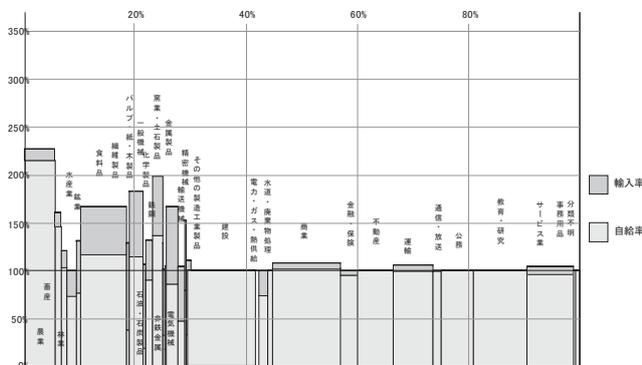


図 3 2000 年の産業スカイライン図

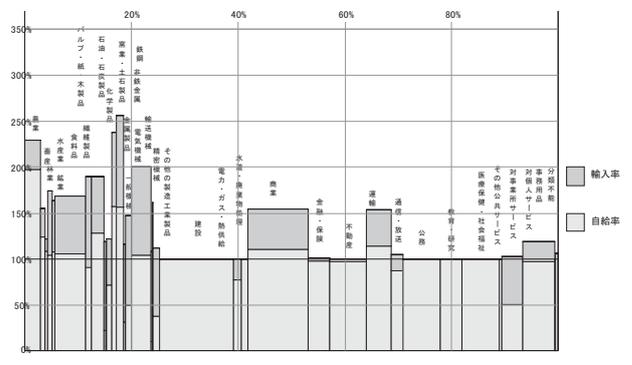
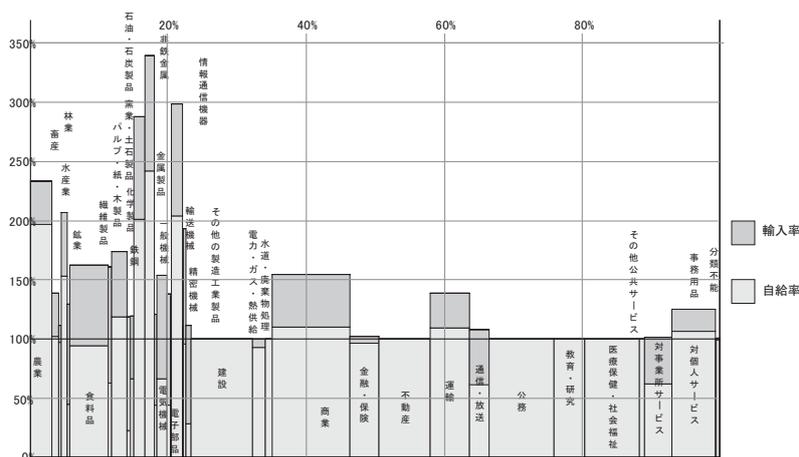


図 4 2005 年の産業スカイライン図



1-3 景気変動パターンの変化

青森県の産業スカイライン図に見る産業構造は、2000年～2005年の変化が著しく、その特徴として移輸出、移輸入の域際取引の拡大が指摘できた。

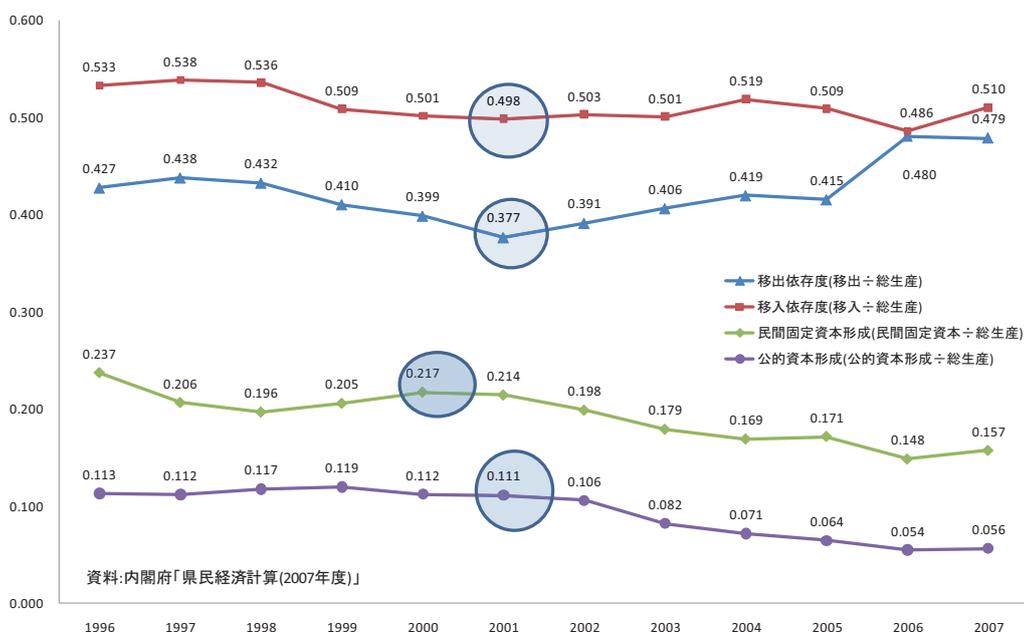
その変化を需要面から検証するために、1996～2007年度の県内需要に対する総生産額の割合を依存度として、移・輸出、移・輸入、民間設備投資、公共投資の推移を示す5図を作成した。

この間の需要項目別の推移で注目した指標が、移出依存度、移入依存度、公的資本形成の三つである。移出依存度は2001年度以降増加傾向を辿り、2006年度は移入水準と一時並び、移出の動きが県経済をリードする形となっている。

一方、公的資本形成は逆に2002年度以降、漸減傾向にある。民間設備投資は2000年にピークアウトし、公的、民間固定資本形成の依存度は低下の一途を辿っている。

これらのことから、県内需要の移輸出、公的資本形成がターニングポイントを迎えた2001年度に着目し、この時期に青森県の産業構造、経済構造に何らかの変化があったと仮定して、次章ではいくつかの代替的アプローチにより、この作業仮説を検証していくことにする。

図5 青森県の移出・移入依存度



2 青森県景気変動パターンの分析、五つの検証方法

2001年度を境にした青森県の産業構造、経済構造の変化と景気変動パターンの関連を多面的に検討する。このような産業構造の特徴と、景気変動パターンの関連を研究した最近の研究として林田(2007)がある。林田は1990年以降の月次の経済変数に基づいて景気循環の特徴、相違について検証した。このほか、三井(2002)は岐阜県のCI一致指数を作成、全国の景気循環と変動パターンを検証した。

本研究は、以下の二つのタイプに分類される五つのアプローチに基づき、青森県の景気動向一致指数を前期(1996年～2001年)、後期(2002年～2010年)に分け、景気変動パターンの変化、景気循環の拡大期間、後退期間の違いなどを検証する。

第一のタイプは景気動向指数を基にする四つの方法によるアプローチである。

- 1) 全国と青森県の景気動向指数(一致系列)のタイミングのズレ、いわゆるラグの存在を前期と後期を比較して分析する。
- 2) 景気動向指数一致系列と個別指標の交差相関を前期、後期別に推計、そのパターンの変化を検証する。
- 3) DECOMPで季節調整を行い、トレンドを取り出し、前期、後期の変動パターンを検証する。
- 4) 時系列分析モデルをBox-Jenkinsの手法を用い、青森県景気動向指数の同定、推計、予測を行う。

第二のタイプは新たに別個の視点から、景気指標を作成し分析しようとするものである

- 5) 県内経済指標をもとに主成分分析により新たな景気指数を開発、それにより県内景気の変動パターンを検証していく

以上のアプローチにより、前期(1996年～2001年)、後期(2002年～2010年)のパターンに違いがあるのか、全国との比較、景気動向指数とのタイミング、景気循環のパターン(拡大期間、後退期間の長さ)などに注目して検討する。

2-1 青森県景気動向指数の概要

景気動向指数は景気の状態(Business Condition)を把握、景気変動を捉える指標であり、青森県企画政策部統計分析課が内閣府の作成手法を参考に毎月作成、公表している。

青森県の場合、景気動向指数の採用経済指標は表3のように、先行系列(9指標)、一致系列(9指標)、遅行系列(5指標)で構成されている。

表3 青森県景気動向指数の個別指標

系	列	名	
先行系列	（9）	乗用車新車登録届出台数	季前
		生産財生産指数	季前
		新規求人倍率（全数）	季前
		所定外労働時間指数（全産業）	季前
		入職率（製造業）	季前
		新設住宅着工床面積	季前
		建築着工床面積	季前
		企業倒産負債額	季前
		中小企業景況DI	季前
		大型小売店販売額（既存店）	季前
一致系列	（5）	鉱工業生産指数	季前
		電気機械生産指数	季前
		大口電力使用量	季前
		有効求人人数（全数）	季前
		総実労働時間数（全産業）	季前
		海上出入貨物量（八戸港）	季前
		東北自動車道IC利用台数	季前
		日銀券月中発行高	季前
		勤労者世帯家計消費支出（実質）	季前
		常用雇用指数（製造業）	季前
遅行系列	（5）	1人平均月間現金給与総額	季前
		単位労働コスト（製造業）	季前
		輸入通関実績（八戸港）	季前
		青森市消費者物価指数（帰属家賃除く）	季前
			季前

資料：「青森県景気動向指数(月報)」(青森県企画政策部)。

※季はセンサス局法X-12-ARIMAによる季節調整値、前は前年比、原は原データを示す。

2-2 青森県の景気転換点

2-2-1 戦後の景気基準日

我が国の戦後の景気基準日は表4-1にあるように第14循環を数える。青森県の景気基準日も第7循環から第14循環までを表4-2に示してある。

表 4-1 戦後の景気基準日

景気循環	景気基準日			期間	景気の名目	景気後退期間		全循環
	谷(底)	山(ピーク)	谷(底)			期間	景気の名目	
1		1951 6	1951 10		特需景気	4		
2	1951 10	1954 1	1954 11	27	三白景気	10		37
3	1954 11	1957 6	1958 6	31	神武景気	12	なべ底景気	43
4	1958 6	1961 12	1962 10	42	岩戸景気	10		52
5	1962 10	1964 10	1965 10	24	オリンピック景気	12	証券不況	36
6	1965 10	1970 7	1971 12	57	いざなぎ景気	17		74
7	1971 12	1973 11	1975 3	23	列島改造ブーム	16	第一次石油ショック	39
8	1975 3	1977 1	1977 10	22		9		31
9	1977 10	1980 2	1983 2	28		36	第二次石油ショック	64
10	1983 2	1985 6	1986 11	28	ハイテク景気	17	円高不況	45
11	1986 11	1991 2	1993 10	51	平成景気	32	バブル崩壊	83
12	1993 10	1997 5	1999 1	43		20	金融不況	63
13	1999 1	2000 11	2002 1	22	ITブーム	14	IT不況	36
14	2002 1	2007 10	2009 3	69	実感なき景気回復	17		86

資料：「景気基準日付けの暫定設定について(2010年6月)」(内閣府)より作成。

注)14循環は暫定含む、景気の名目は通称である。

表 4-2 青森県の景気基準日

景気循環	景気基準日			期間	景気の名目	景気後退期間		全循環
	谷(底)	山(ピーク)	谷(底)			期間	景気の名目	
7	1972 4	1973 9	1975 3	17	列島改造ブーム	18	第一次石油ショック	35
8	1975 3	1976 12	1978 3	21		15		36
9	1978 3	1980 1	1982 3	22		26	第二次石油ショック	48
10	1982 3	1985 4	1987 3	37	ハイテク景気	23	円高不況	60
11	1987 3	1991 3	1994 1	48	平成景気	34	バブル崩壊	82
12	1994 1	1997 3	1999 2	38		23	金融不況	61
13	1999 2	2000 8	2002 3	18	ITブーム	19	IT不況	37
14	2002 3	2007 7	2009 4	64	実感なき景気回復	21		85

資料：青森県企画政策部資料により作成。

注)14循環は暫定含む、景気の名目は通称である。

青森県と全国の景気循環(谷から次の谷までの期間)を比較した表5をみると、景気拡大期間は第9循環を除き、青森県が全国に比べ総じて短く、逆に後退期間は青森県が全国に比べ長くなっている。

全国と比較した拡大期間と後退期間の長短は、拡大期間が後退期間を上回っている。以上からすると、青森県の景気循環は拡大期間が全国に比べ短く、逆に後退期間は全国より長くなっている。

表5 青森県と全国の景気循環

単位:月

景気循環	拡大期間		期間の相違	後退期間		期間の相違	全循環		期間の相違
	青森県	全国		青森県	全国		青森県	全国	
7	17	23	-6	18	16	2	35	39	-4
8	21	22	-1	15	9	6	36	31	5
9	22	28	-6	26	36	-10	48	64	-16
10	37	28	9	23	17	6	60	45	15
11	48	51	-3	34	32	2	82	83	-1
12	38	43	-5	23	20	3	61	63	-2
13	18	22	-4	19	14	5	37	36	1
14	64	69	-5	21	17	4	85	86	-1

資料:表9-1、表9-2より作成。

注)リード・ラグは全国との比較、14循環は暫定含む。

2-2-2 青森県と全国の景気局面

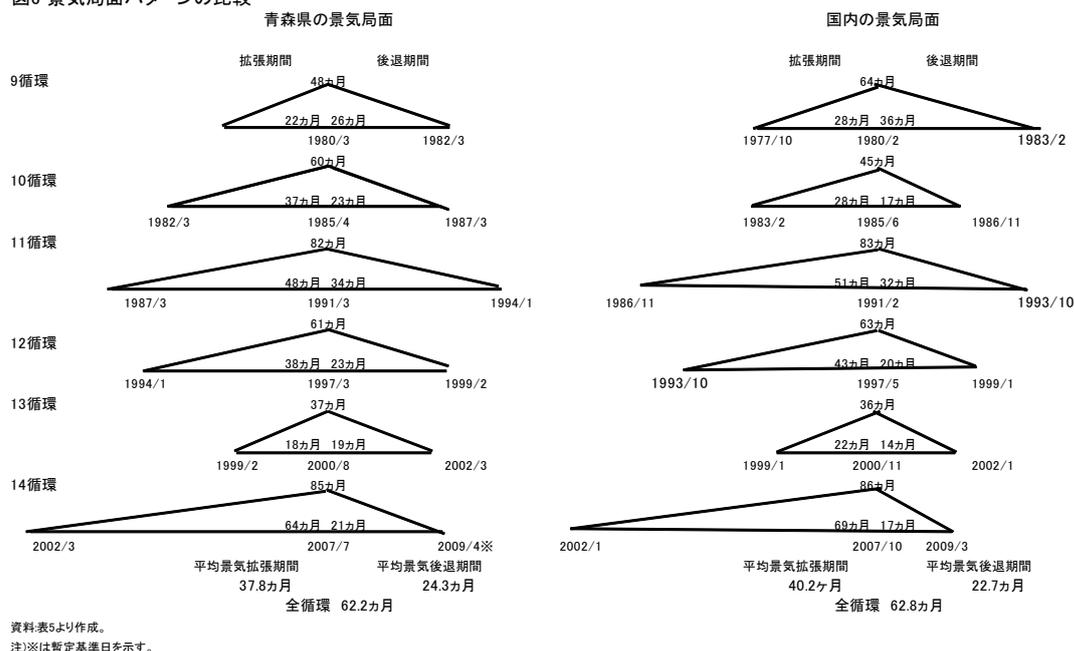
青森県と全国の景気局面の違いを理解するために、景気拡大期間、後退期間を図式化したのが図6である。これによると、青森県の景気拡大(拡張)期間(1980年以降9循環から第14循環まで)は平均37.8カ月、全国の40.2カ月に比べ約3カ月短い。また、景気拡大のスタートから最初の谷を迎えた時期を全国と比較すると、先にふれたように2カ月程度遅れて谷を迎えている。

景気後退期間は第9循環を除き、青森県が24.3カ月、全国が22.7カ月と青森県が約2カ月長くなっている。1982年の第10循環の景気拡大(拡張)期間が全国を2カ月上回った以外、景気拡張期間は青森が全国より短く、景気後退期間が長い状態が見られている。景気後退期に入る転換点である山を迎えた時期は全国に比べ3カ月早くなっている。

景気変動パターンは景気拡大が全国に比べ遅く、景気のピークが全国に比べ早い傾向が見られる。

本研究で注目する2000年代初めからの青森県の景気循環は第14循環のみである。第14循環は景気の最初の「谷」から「山」までの景気拡大期間は64カ月と極端に長く、景気後退期間は21カ月と比較的短い。2008年後半のリーマンショックの景気に及ぼす影響が大きく、急速に景気が落ち込んだと見られる。これは、全国も同様な動きである。

図6 景気局面パターンの比較



2-3 交差相関関係による全国と青森県のラグの分析

景気動向指数は全国、青森県ともに月次ベースで発表されている。そこで、景気動向指数一致系列の相関関係に注目して、青森県と全国の一一致指数のラグを見ていく。分析手法は交差相関係数を用いた。

交差相関関係のデータ対象期間(1996年～2010年)を二期間に分け、当初の1996年から2001年までを前期、2002年から2010年までを後期として、交差相関係数を算出した。

前期の交差相関係数を6カ月ラグから6リードまでをグラフにした図7-1を見ると、全国が2期先行する場合の交差相関係数が0.62と最も高くなった。次いで、全国と同期(リード・ラグなし)が0.56、全国に2期遅れるラグ2が0.55となった。

後期の交差相関係数を示した図7-2を見ると、全国が2期先行する場合の交差相関係数が0.54、全国と同期(リード・ラグなし)が0.47、1期先行が0.46となった。前期に比べ、相関係数が幾分低くなったこと、全国が先行する場合の相関係数が幾分高くなっている。

図7-1 交差相関係数(国、青森県) 前期

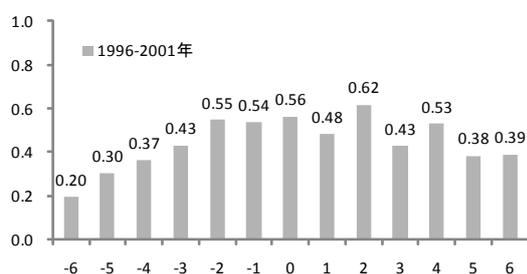
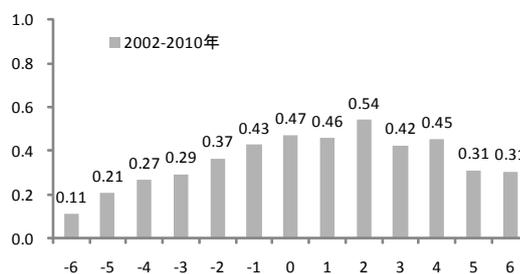


図7-2 交差相関係数(国、青森県) 後期



前期、後期の交差相関係数を推計すると、全国と青森県の景気動向指数一致系列は全国が2期程度、青森県を先行する傾向があることが分かった。ただ、前期、後期では後期の交差相関係数が前期より、水準が低くなっている。これらから、ラグの構造は大きくは変わらないこと、ただし、相関関係がいく分弱まっていると結論付けられる。

2-4 DECOMPによる時系列分析

本節では景気動向指数からトレンドを分解するためにセンサス局法とは異なる季節調整の方法である DECOMP²を用いる。DECOMP は、時系列データから季節要因を除去するため、データ変動を趨勢変動(T)、循環変動(C)、季節変動(S)、不規則変動(I)に分解して分析する。すなわち

$$Y_t = T_t + C_t + S_t + I_t \quad (\text{加法モデル})$$

となる。

期間を、前期(1996年～2001年)、後期(2002年～2010年)に分割し、それぞれトレンドの動向から、時系列パターンを分析した。

青森県の景気動向指数(一致系列)をDECOMPで分析し、トレンド(TとC)を抽出、そのトレンドを前期、後期別にそれぞれグラフにした。図8-1は前期のみのデータによる推計、図8-2は後期のみのデータによる推計である。

前期の6年間、景気動向指数のトレンドは図8-1にあるように、山、谷がそれぞれ2回、谷から次の谷までの景気循環は1循環と緩やかなカーブを描いている。

後期の8年間、景気動向指数のトレンドは図8-2にあるように、山が6回、谷が6回と変動の大きい動きとなった。谷から次の谷までの景気循環は5回と前期に比べサイクルが短く、上下変動が忙しい動きを示している。

以上から、景気動向指数の趨勢変動(トレンド+サイクル)は、前期、後期では変動パターンが明らかに異なっていることが分かった。前期は比較的緩やかなトレンド傾向が見られ、後期はトレンドが短サイクルの上下動を繰り返している。

²統計数理研究所が開発した季節調整法である。時系列分析が可能な DECOMP 法として、今回は WEB 上で利用可能な WEB-DECOMP を用いた。その際、開発者の佐藤整尚氏から有益な助言をいただいた。

図8-1 青森県景気動向指数一致系列のトレンド 前期

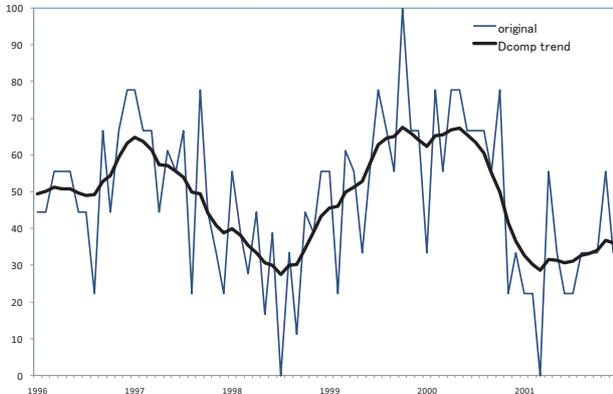
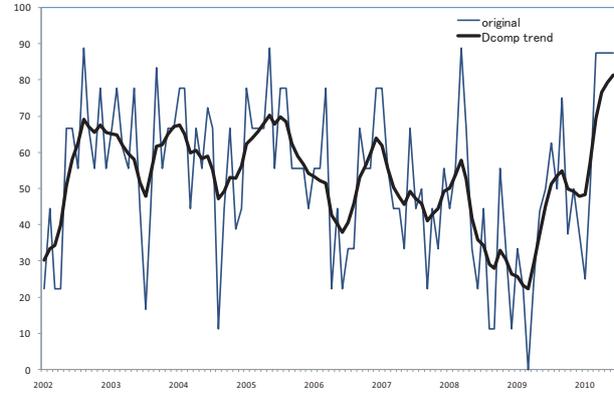


図8-2 青森県景気動向指数のトレンド 後期



2-5 青森県景気動向指数の時系列分析

本節は青森県景気動向指数の一致系列の時系列データ(1996年～2010年)を ARMA モデルで分析する。対象期間は作業仮説である産業構造の変化時点をもとに前期(1996年～2001年)、後期(2002年～2010年)とし、期間中にどのようにパターン変化があったのか、自己相関係数、偏相関係数、次数の変化、予測などの分析を行った。

分析は Box-Jenkins の統計的アプローチの手順に従い、モデル次数の決定(identification)、モデルのパラメータを推計する「推定」(estimation)、景気動向指数の6カ月先を予測する「予測」(forecast)の三つのステップで行った。³

2-5-1 自己相関係数

時系列データの次数を決定するための準備として自己相関係数、偏自己相関係数を算出した。

前期の自己相関係数、偏自己相関係数を示したのが図9-1、図9-2である。自己相関係数は1期以降4期まで徐々に減少、偏自己相関係数は2期以降減少、4期に切断されていることが分かる。

図9-1 自己相関係数(AC) 前期

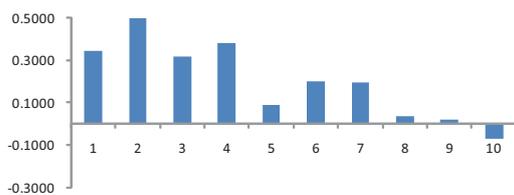
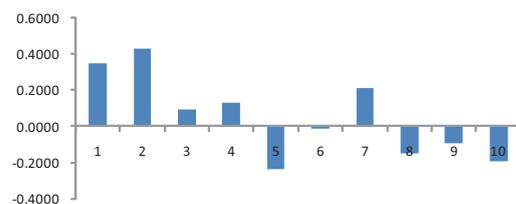
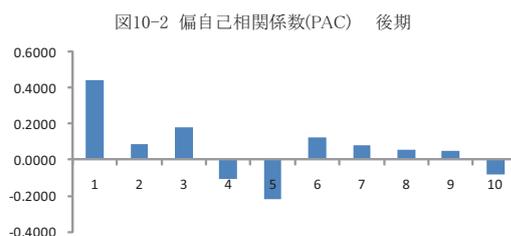
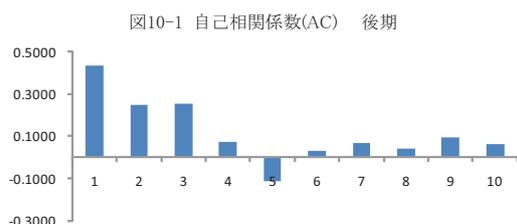


図9-2 偏自己相関係数(PAC) 前期



³ 刈屋(第4章)、森棟(第7章)、縄田(第6章)、佐竹(第4章)参照。統計分析ソフトは TSP を利用した。

後期の自己相関係数、偏自己相関係数を示したのが図 10-1、図 10-2 である。自己相関係数は 1 期以降 3 期まで徐々に減少、偏自己相関係数は 1 期以降に切断されている。



ARMAモデルを時系列分析に当てはめるために、定常性⁴⁾の条件を考慮しなければならない。この具体的指標となるのが自己相関係数であり、ラグが小さな値にならない場合は非定常とみられ、分析することは不適切な可能性がある。

前期、後期の自己相関係数は前期が4次以降、後期が3次以降に急速に低下、定常性が認められる。また、偏自己相関係数においても相関係数が急速に小さくなる次数が最適次数となる可能性が高い。

2-5-2 モデル次数の決定と推定

次に最適なモデル次数を定める。考慮する組合せは前期、後期の自己相関係数、偏自己相関係数のグラフから、ARがラグ2、MAがラグ2の組合せ8パターンから最適モデルを採用した。

ARMAモデルが時系列に対して最適と判断するために、AIC(赤池情報基準)が小さいほどあてはまりが良いことが知られている。

これらの結果をまとめた表6はARMA(1, 0)からARMA(2, 2)までの推計結果を示している。これによると、前期はAR:2、MA:0のAICが最も小さく、最もあてはまりが良かった。すなわち、

$$x_t = \mu_{t-1} + 0.196x_{t-1} + 0.435x_{t-2} \quad \text{となる。}$$

また、後期はAR:2、MA:1のAICが最も小さく、最もあてはまりが良かった。すなわち、

$$x_t = \mu_{t-1} + 1.413x_{t-1} + (-0.419)x_{t-2} \quad \text{となる。}$$

⁴⁾ 変量の確率過程において、時系列データの平均(期待値)が一定、分散が一定で自己相関係数が時間に依存せず、時間差のみに依存している状態。

表6 ARAMAモデルによる次数決定

[景気動向指数 一致系列] 通期										
	AR	MA	Logl	AIC	BIC	C	φ 1	φ 2	θ 1	θ 2
ARMA	1	0	-760.2	1522.4	765.3	29.608	0.419			
ARMA	2	0	-755.3	1514.5	763.0	22.444	0.324	0.238		
ARMA	0	1	-765.8	1533.7	771.0	50.850			-0.293	
ARMA	0	2	-761.5	1527.1	769.3	50.898			-0.309	-0.176
ARMA	1	1	-754.7	1513.3	762.4	9.991	0.806		0.476	
ARMA	1	2	-753.9	1513.7	764.2	13.918	0.729		0.454	-0.144
ARMA	2	1	-754.2	1514.4	764.5	13.156	0.622	0.122		
ARMA	2	2	-751.7	1511.3	764.6	0.829	1.882	-0.898	1.613	-0.620

[景気動向指数 一致系列] 前期										
	AR	MA	Logl	AIC	BIC	C	φ 1	φ 2	θ 1	θ 2
ARMA	1	0	-315.5	633.0	319.8	31.203	0.349			
ARMA	2	0	-308.1	620.1	314.5	17.664	0.196	0.435		
ARMA	0	1	-317.7	637.4	322.0	48.024			-0.197	
ARMA	0	2	-312.9	629.7	319.3	48.020			-0.153	-0.294
ARMA	1	1	-310.2	624.3	316.6	6.148	0.870		0.588	
ARMA	1	2	-307.2	620.5	315.8	14.227	0.703		0.578	-0.376
ARMA	2	1	-307.6	621.2	316.2	11.392	0.397	0.365	0.249	
ARMA	2	2	-307.4	622.8	318.1	12.653	0.082	0.652	-0.105	0.249

[景気動向指数 一致系列] 後期										
	AR	MA	Logl	AIC	BIC	C	φ 1	φ 2	θ 1	θ 2
ARMA	1	0	-444.0	890.0	448.6	28.535	0.461			
ARMA	2	0	-443.6	891.3	450.6	25.931	0.424	0.087		
ARMA	0	1	-446.0	894.0	450.6	52.781			-0.409	
ARMA	0	2	-445.4	894.8	452.3	52.809			-0.435	-0.088
ARMA	1	1	-443.2	890.5	450.2	16.237	0.695		0.298	
ARMA	1	2	-443.1	892.3	452.4	13.971	0.738		0.309	0.075
ARMA	2	1	-441.7	889.4	451.0	0.200	1.413	-0.419	1.000	
ARMA	2	2	-442.8	893.5	454.3	19.873	0.321	0.306	-0.115	0.227

2-5-3 予測と残差の分析

このモデルによる短期の予測を行い、残差分析を行った。

前期(1996年～2001年)モデルの実績値、予測値、残差を示したのが図11-1である。予測値(後半の破線部分)は、短期の上昇トレンドが予測されている。また、残差の平均と標準偏差は表12にあるように-1.295、19.52となった。

後期(2002年～2010年)の実績値、予測値、残差は図11-2に示しているが、短期の予測は下降トレンドが見込まれている。後期の平均は-3.412、標準偏差は19.532となった。

なお、図11-1、図11-2のグラフをみると、後期のグラフの変動サイクルが短いように見える。そこで、それぞれの平均値を標準偏差で除した変動係数を算出すると、表7にあるように後期が大きく、前期に比べ後期のほうがデータのバラツキ、変動が大きいことが分かった。

図11-1 前期 景気動向指数一致系列 ARMA(2,0)

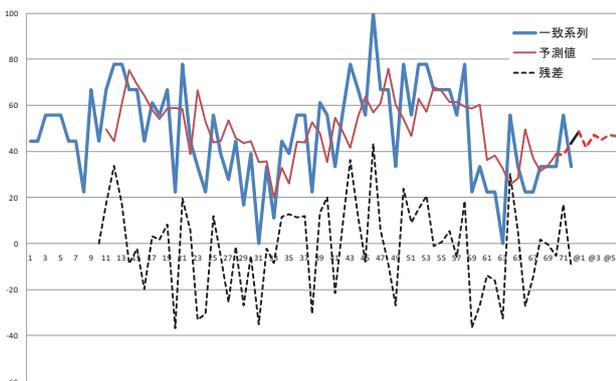
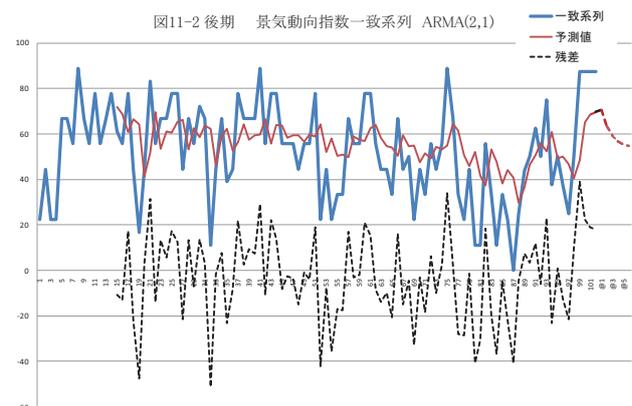


図11-2 後期 景気動向指数一致系列 ARMA(2,1)



以上から、予測の残差に注目すると、明らかに前期と後期の違いが見られる。後期では予測しがたい誤差が拡大しているという意味で、不確実性が高まったのである。

このことは、前章の産業構造の変化の分析で明らかにした域際取引の活発化の影響が表れたと解釈することができる。すなわち、我が国経済の予測しがたい変動が、県内の景気をこれまで以上に左右するようになったことが不確実性を高めた可能性がある。

表7 ARAM 前期 後期の残差統計量

	前期	後期
サンプル数	62	88
平均	-1.295	-3.412
標準偏差	19.520	19.532
分散	381.014	381.502
変動係数	-0.066	-0.175
最小	-36.753	-51.125
最大	43.212	39.137

2-6 景気動向指数一致系列と個別指標の交差相関

この節は、青森県景気動向指数一致系列と個別指標の交差相関係数を算出し、前期(1996年～2001年)、後期(2002年～2010年)で一致系列と個別指標とのリード、ラグ関係がどのように変化したのか、景気変動パターンの変化を見ていく。一致系列の個別指数は景気動向と関連が最も強いと見られる生産関連指標から鉱工業生産指数、雇用関連から1指標（有効求人数）、個人消費から1指標（大型小売店販売）を選び、一致系列と個別3指標の交差相関係数を前期、後期ごとにそれぞれ算出した。

生産関連指標、ここでは鉱工業生産指数の交差相関を表した図12-1、図12-2をみると、前期と後期で大きくパターンが変わったことが分かる。前期の景気動向指数と鉱工業生産指数の関係は交差相関係数が最も大きいのがラグ0であり、同期の状態にある。後期は鉱工業生産指数が景気動向指数に逆相関の関係で先行するパターンに変化している。

[生産活動 図12-1

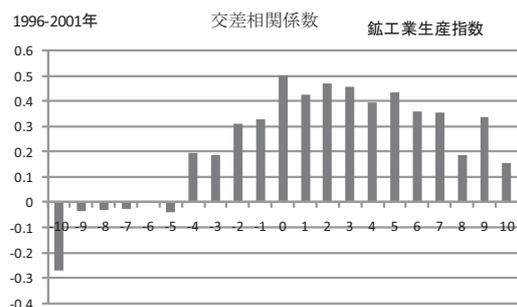
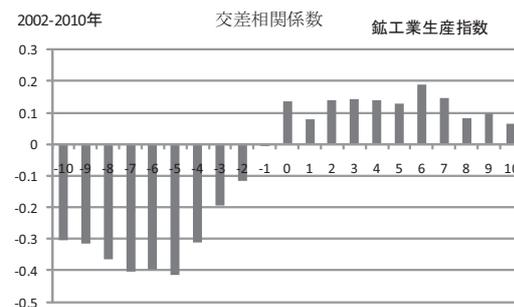
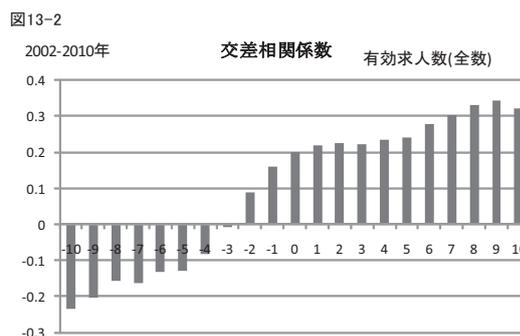
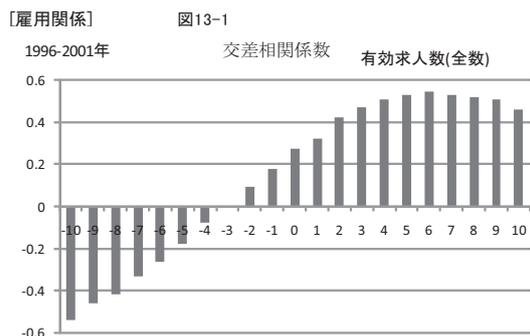


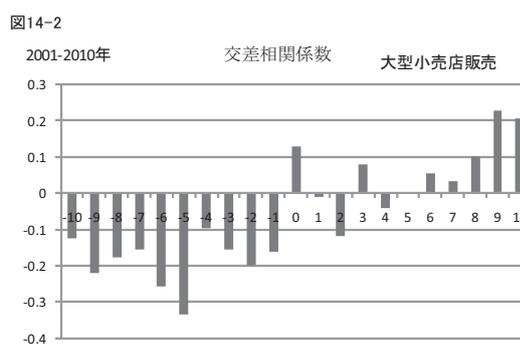
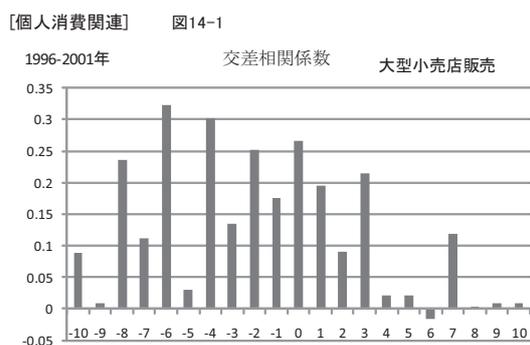
図12-2



雇用関連指標は、ここでは有効求人倍率と景気動向指数の交差相関の関係をしめした図13-1、図13-2をみると、前期、後期ともパターンに変化はない。雇用関係指標は景気に遅行するといわれるが、今回の分析では前期が6カ月程度、後期が9カ月遅れるという結果となった。



個人消費関連として、大型小売店販売と景気動向指数の交差相関を図14-1、図14-2に示した。これによると、前期は相関係数のバラツキが大きく、判断が難しいものの、後期になると、大型小売店販売が景気動向指数を先行するパターンが幾分認識できるようになった。



以上のように、生産活動については、前期と後期で著しいパターンの変化が見られ、産業構造の変化が景気動向に影響を与えたことがうかがわれる。しかし、雇用、消費についてはそのような変化は見られなかった。

2-7 主成分分析によるアプローチ

これまでの各節では、景気動向指数をもとに青森県の経済構造の変化に対するアプローチを試みてきた。ただ、景気動向指数は採用指標に製造業関連データが多く、生産活動に偏重しているとの批判もある。実際、新たな指標を作成し、地域経済の変動をとらえようとする研究も増えている。林田（2007）は主成分分析を用い、北海道地域景気指数を試算した。また、宮城県の地方銀行である七十七銀行は独自に「七十七景気インデックス（主成分分析手法による）」を作成している。

本研究では、先行研究のアプローチを参考に、青森県の景気動向指数の個別指標から、鉱工業生産指数、乗用車登録届出台数、大型小売店販売高、所定外労働時間(全産業)の4指標を採用し、主成分による新たな景気指標を作成し、これにもとづいて産業構造と経済変動パターンの関連を検討する。

データは、①経済活動における重要度が高い、②景気との連動性がある、③青森県、全国と共通した経済指標との理由から採用した。データ収集期間は1996年から2010年9月まで、これまで同様に通期、1996年～2001年を前期、2002年～2010年を後期として主成分分析を行った。⁵

主成分分析結果をまとめたのが表8である。累積寄与率で80%程度となる主成分までを考慮することとし、第2主成分までが考慮されることとなった。

前期の主成分分析結果をみると、主成分1を青森県の景気指数とみなせば、同指数の説明力を示す寄与率は0.59、個別経済指標の景気指数へ影響度を示す因子負荷量は鉱工業生産指数が0.61、大型小売店販売額が0.81、乗用車新車届出台数が0.78、総労働時間数が0.85となった。第2主成分までの累積寄与率は0.81と全体の変動の約8割をカバーすることになる。

後期の主成分結果をみると、景気指数の説明力を示す寄与率は0.38、個別経済指標の景気指数へ影響度を示す因子負荷量は鉱工業生産指数が-0.27、大型小売店販売額が-0.24、乗用車新車届出台数が0.85、総労働時間数が0.77となった。累積寄与率が前期を下回り、景気指数への影響力が低下するなど、後期の主成分の結果は当てはまりが良くなかった。

前期と後期の相違を表8からみると、寄与率が後期は前期を下回り、説明力が低下している。固有ベクトルは前期の4指標がすべてプラスだが、後期は大型小売店販売額、鉱工業生産指数がマイナスと、符号が逆転する結果となった。

後期の主成分分析結果について、各指数の相関係数を算出した表9-2をみると、乗用車新車登録届出台数と大型小売店販売など個人消費関連同士の相関が大幅に低下、鉱工業生産指数、総労働時間との相関も低下している。後期については、採用指数の検討が必要と思われる。

⁵ 主成分分析では、山澤(2010)P-18を参考に行った。統計ソフトはCollege Analysisを使用した。

表8 青森県の主成分分析結果
1996-2001年

	主成分1	主成分2
固有値	2.3741	0.8626
寄与率	0.5935	0.2156
累積寄与率	0.5935	0.8092
固有ベクトル		
乗用車新車届出台数	0.5074	-0.4247
大型小売店販売額	0.5233	-0.3994
鉱工業生産指数	0.402	0.7891
総労働時間数(全産業)	0.5542	0.1936
因子負荷量		
乗用車新車届出台数	0.7817	-0.3945
大型小売店販売額	0.8063	-0.3709
鉱工業生産指数	0.6194	0.7329
総労働時間数(全産業)	0.8539	0.1798

2002-2010年

	主成分1	主成分2
固有値	1.5239	1.3532
寄与率	0.381	0.3383
累積寄与率	0.381	0.7193
固有ベクトル		
乗用車新車届出台数	0.6944	0.1497
大型小売店販売額	-0.2429	0.6407
鉱工業生産指数	-0.2658	0.6591
総労働時間数(全産業)	0.623	0.3643
因子負荷量		
乗用車新車届出台数	0.8572	0.1741
大型小売店販売額	-0.2999	0.7453
鉱工業生産指数	-0.3282	0.7667
総労働時間数(全産業)	0.7691	0.4237

表9-1 1996-2001年の相関係数

	乗用車新車届出台数	大型小売店販売額	鉱工業生産指数	総労働時間数(全産業)
乗用車新車届出台数	1.0000	0.6010	0.2539	0.5063
大型小売店販売額	0.6010	1.0000	0.2551	0.5623
鉱工業生産指数	0.2539	0.2551	1.0000	0.5234
総労働時間数(全産業)	0.5063	0.5623	0.5234	1.0000

表9-2 2002-2010年の相関係数

	乗用車新車届出台数	大型小売店販売額	鉱工業生産指数	総労働時間数(全産業)
乗用車新車届出台数	1.0000	-0.0510	-0.1473	0.5012
大型小売店販売額	-0.0510	1.0000	0.3532	0.0032
鉱工業生産指数	-0.1473	0.3532	1.0000	0.0783
総労働時間数(全産業)	0.5012	0.0032	0.0783	1.0000

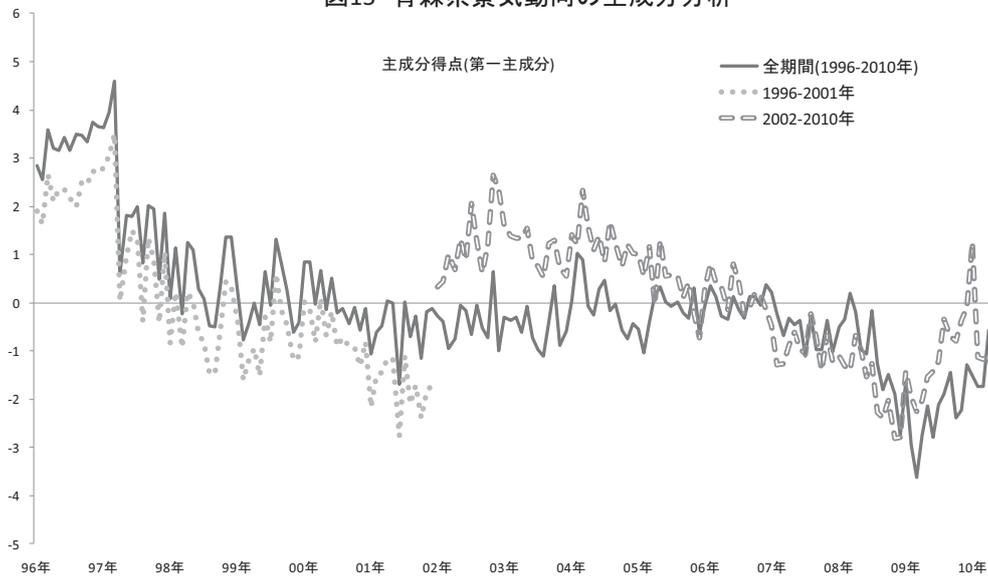
第一主成分の主成分得点を通期、前期、後期にグラフにしたのが図16である。これによると、前期はこれまで景気動向指数で示された2000年前後の景気の山が主成分分析のグラフでは消滅している。

これまでの景気動向指数は生産活動関連の経済指標が多く採用され、生産活動偏重の傾向があるとの見方がされている。今回の主成分分析では生産は鉱工業生産指数1種類だけであり、逆に消費関連指標の2指標(乗用車新車登録届出台数、大型小売店販売額)が含まれている。このため、主成分分析では個人消費の不振の影響が強く現れ、景気動向指数には見られない県内景気動向の一端を示している。

後期のグラフには明らかな下方トレンドが示されている。この傾向は2009年初頭のリーマンショックの落ち込みまで続いている。これについては、第2章で検討した産業構造分析で明らかにした域際取引の拡大がもたらした影響とみることができる。つまり、県外への移輸出、移輸入の増加が、必ずしも県内所得の増加につながらないため、県内の個人消費、設備投資などにうまくリンクしないことになったと解釈できる。

いずれにしても、図15の「青森県景気動向の主成分分析」は、県内経営者から指摘される「実感なき景気回復」を示す判断材料と言える。

図15 青森県景気動向の主成分分析



3 まとめ

青森県の産業構造は、農林水産業のウェートが大幅に低下、代わって、サービス業、公務等の三次産業のウェートが増している。この産業構造の変化のなかで、需要項目別には、県外・国外との移輸出、移輸入が製造業中心に伸長し、20年間に移輸出、移輸入ともに増加している。これらの域際取引の活発化が産業構造の変化に大きな影響を及ぼしていることが分かった。

本研究では、変化のターニングポイントが2002年度ではないかと仮定、ここを基準に景気動向指数を前期、後期に分け、4つの分析アプローチでその特徴を分析した。

景気動向指数を変動要因別に分解し、トレンドとサイクルを取り出してみると、後期の景気変動が前期に比べ、短サイクル、変動幅が大きいことが分かった。また、景気動向指数の時系列分析により、前期、後期で景気変動パターンが異なっていることが検証された。

さらに、主成分分析では景気動向指数に見られた前期の生産活動を主体にした景気の山が主成分分析には見られなかった。これは、主成分分析の採用指標に雇用、消費指標が多いことから、県内景気動向の新たな側面、消費、雇用中心の姿を浮き彫りにした可能性がある。

また、産業構造の変化が主成分分析の後期の動きに影響したことも指摘できる。すなわち、移輸出・移輸入の拡大、域際取引の活発化により、円高、資源問題、カントリーリスクなどの国内経済、グローバル経済の影響をより強く受ける経済構造に変化したことを指摘しておく。

青森県は「食産業の強化」「エネルギー産業の振興」「観光力強化」を掲げ、農林水産業、

観光関連産業、エネルギーの利活用を成長分野と位置付けている。青森県が比較優位にある資源を最大限活用する戦略を打ち出し、攻めの農林水産業、原子力をはじめとする新エネルギー、新幹線開業を契機とした観光産業の振興などの諸施策を積極的に展開している。

これら地域資源を生かした産業基盤の強化と域際取引の拡大が今後の青森県の産業構造、経済構造を大きく変える可能性がある。

まずは、新幹線開業による産業振興が喫緊の課題であろう。

参考文献

- 青森県(1997). 『第23次青森県経済白書』
- 青森県企画政策部(各年). 『青森県産業連関表報告書』
- 宇多賢治郎(2011) 『Ray スカイラインチャート作成ツール』の紹介、『経済統計研究』、第38巻第4号
- 刈屋武昭監修(1987). 『計量経済分析の基礎と応用』,東洋経済新報社
- 北川源四郎(1997). 「季節調整プログラム DECOMP とその後の展開」 統計数理 第45巻,第2号,217-232
- 佐藤整尚(1997). 「Web Decomp の紹介」 統計数理,第45巻,第2号,233-243
- 七十七銀行(2006). 「七十七景気インデックス(77BI)の作成について」,『七十七銀行調査月報9月号』
- 縄田和満(2007). 『TSPによる計量経済分析入門』,朝倉書店
- 林田元就(2007). 「北海道地域景気指数の試算」,『日経研月報1月号』,26-31
- 林田元就(2007). 「電力供給地域別景気指数の開発」, 電力中央研究所報告
- 三井 栄(2002). 「岐阜県における景気動向と地域特性」,岐阜大学地域科学部研究報告書
- 森棟公夫(1999). 『計量経済学』,東洋経済新報社
- 山澤成康(2010). 『計量経済学入門』,日本評論社

2011.9.12

研究集会「経済統計・政府統計
の数理的基礎と応用2011」

人口推計の理論と実際

国立社会保障・人口問題研究所

金子隆一

I. 人口統計の体系

- ◆ 人口現象の把握とその体系
- ◆ 人口統計の問題点

II. 人口推計と人口統計

- ◆ 現在人口の推計
- ◆ 将来人口推計

III. 将来人口推計の詳細

- ◆ 手法の概略
- ◆ 結果の概略

人口現象の把握

I. 人口静態統計

…人口静態(ストック)に関する統計

- { 人口規模
- { 人口構造(個人の属性によって分けた人口の内部構成)

II. 人口動態統計

…人口動態(フロー)に関する統計、人口動態事象の把握

- { 出生
 - { 死亡
 - { 人口移動
- ← 人口変動の3要素

人口動態事象と
人口静態の
機能的関係

事象 (フロー)	→	状態 (ストック)
人口動態事象	→	人口静態
出生・死亡・移動	→	人口規模
その他の事象 e.g. 結婚 就業・失業 ⋮	→	人口構造 e.g. 配偶関係構造 労働力人口構造 ⋮

人口学的方程式

Demographic balancing equation

$$P_{t1} - P_{t0} = B_{t0,t1} - M_{t0,t1} + I_{t0,t1} - E_{t0,t1}$$

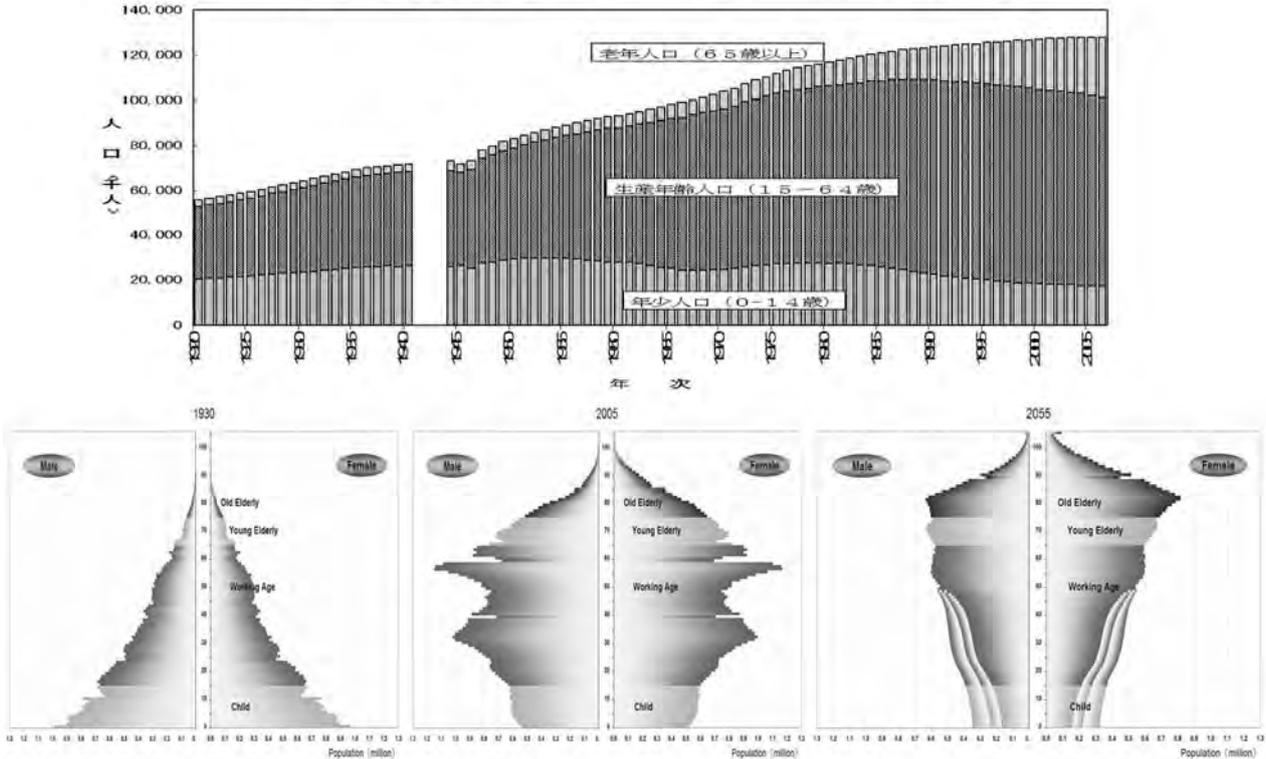
(期末人口) - (期首人口) = (出生数) - (死亡数)
+ (転入者数) - (転出者数)

人口増加

- ① 人口静態と人口動態事象との関係を記述
- ② 実際に未知数を求める方程式として用いる
e.g. 「人口推計」
- ③ 測定誤差の推定に用いる

人口静態統計

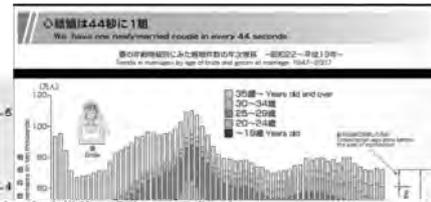
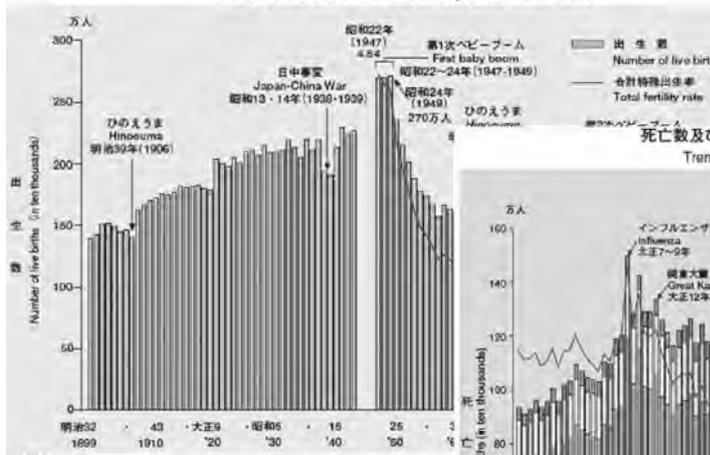
人口規模と人口構造(年齢3区分)の年次推移: 1920-2006



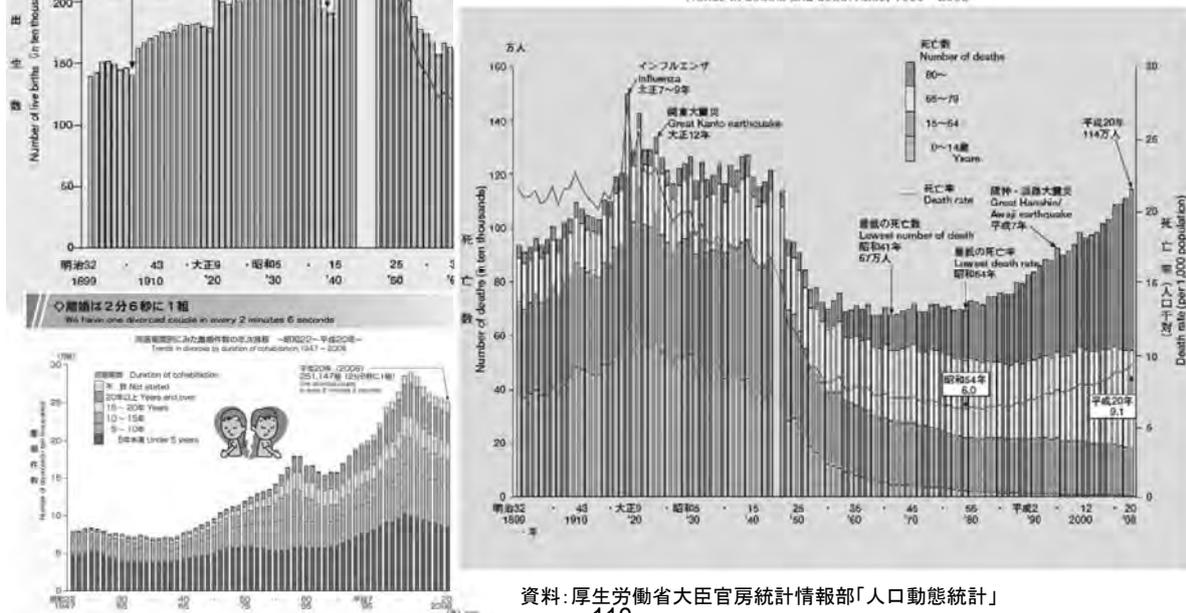
資料: 総務省統計局「国勢調査」「推計人口」、国立社会保障・人口問題研究所「日本の将来推計人口(平成18年12月推計)」

人口動態事象と人口動態統計

出生数及び合計特殊出生率の年次推移—明治32～平成20年—
Trends in live births and total fertility rates, 1899—2008



死亡数及び死亡率の年次推移—明治32～平成20年—
Trends in deaths and death rates, 1899—2008



資料: 厚生労働省大臣官房統計情報部「人口動態統計」

人口統計の体系 (政府統計委員会 2008 年ワーキンググループ資料より)

I. 人口静態に関する統計 (人口の規模と構造 (属性別構成) に関する統計)

1. 人口センサス (男女・年齢・配偶関係・居住地・就業状態 などの属性別人口)
 - ① 「**国勢調査**」(総務省統計局)
2. 行政記録
 - ① 地域住民 (日本人)・・・「**住民基本台帳に基づく人口・人口動態及び世帯数**」(総務省自治行政局)
 - ② 日本人 (日本国籍を有する国民)・・・戸籍
 - ③ 外国人 (日本に居住する者)・・・「**在留外国人統計**」(法務省)
 - ④ 海外に居住する日本人・・・「**海外在留邦人調査統計**」(外務省)
3. 加工統計
 - ① 「**現在推計人口**」(総務省統計局)
 - ② 「**将来人口推計**」(厚生労働省・研究所)
4. 標本調査
 - ① 「**国民生活基礎調査**」(厚生労働省) など

II. 人口動態に関する統計 (人口変動要因に関する統計)

- A. 自然動態 (出生、死亡とこれに直接関連する事象の統計)
 1. 人口センサス
 - ①同居児法による推定出生統計…「**国勢調査**」
 2. 行政記録
 - ①出生・死亡・婚姻・離婚・死産…「**人口動態統計**」(厚生労働省)
 - ②人工妊娠中絶…「**母体保護統計**」(厚生労働省)
 3. 加工統計
 - ①生存・死亡状況…「**生命表**」(厚生労働省)
 4. 標本調査
 - ①縦断 (パネル) 調査 …「**21 世紀縦断調査**」(厚生労働省)
 - ②結婚・出生調査…「**出生動向基本調査**」(厚生労働省・研究所) など
- B. 社会動態 (国内・国際人口移動/国籍変更)
 - a. 国内人口移動
 1. 人口センサス
 - ①前従地/現住地による…「**国勢調査**」
 2. 行政記録
 - ①転入届・転出届による…「**住民基本台帳人口移動報告**」(総務省統計局)
 3. 標本調査
 - ①「**人口移動調査**」(厚生労働省・研究所)

b. 国際人口移動

1. 行政記録

① 「出入国管理統計」(法務省)

c. 国籍異動

① 国籍異動(法務省資料)

Ⅲ. 世帯に関する統計

対象の成り立ちからは、「I. 人口静態に関する統計」の一部に分類すべきか。

1. 人口センサス

① 「国勢調査」

2. 行政記録

① 「住民基本台帳に基づく人口・人口動態及び世帯数」

3. 加工統計

① 「世帯数の将来推計」(厚生労働省・研究所)

4. 標本調査

① 大規模標本…「住宅・土地統計調査」(総務省統計局)

② 「国民生活基礎調査」

③ その他

統計委員会基本計画部会 第3WG
2008年2月1日(金) 資料7

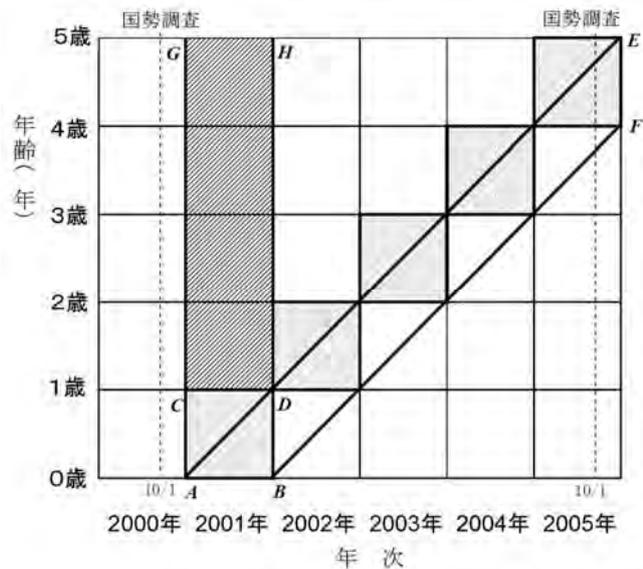
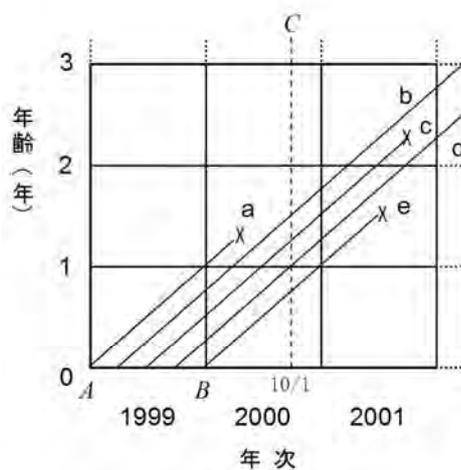
人口統計の体系 (システムの整備に向けて…)

調査対象・形態による整理

調査形態		調査対象		人口静態		人口動態	
		人口	世帯	自然動態	社会動態		
実地調査	全数調査	国勢調査		—	国勢調査 (前従地/現住地)		
	標本調査	国民生活基礎調査 住宅・土地統計調査等		21世紀縦断調査 出生動向基本調査等	人口移動調査		
行政記録	全数調査	戸籍・住民基本台帳 在留外国人統計 海外在留邦人調査		人口動態統計 母体保護統計	住民基本台帳 人口移動報告 出入国管理統計		
	標本調査	—		人口動態統計 特殊報告等	—		

年次統計とライフコース指標

生命線とレキシス図



注：観察時間を横軸、年齢を縦軸にした座標上(レキシス平面)に生命線を描いたもの。各生命線については以下のとおり。

- a：1999年1月1日生まれで、2000年4月1日に満1歳3ヶ月で死亡。
- b：1999年4月1日生まれで、2002年1月1日以降も生存。
- c：1999年7月1日生まれで、2001年10月1日に満2歳3ヶ月で死亡。
- d：1999年10月1日生まれで、2002年1月1日以降も生存。
- e：2000年1月1日生まれで、2001年7月1日に満1歳6ヶ月で死亡。

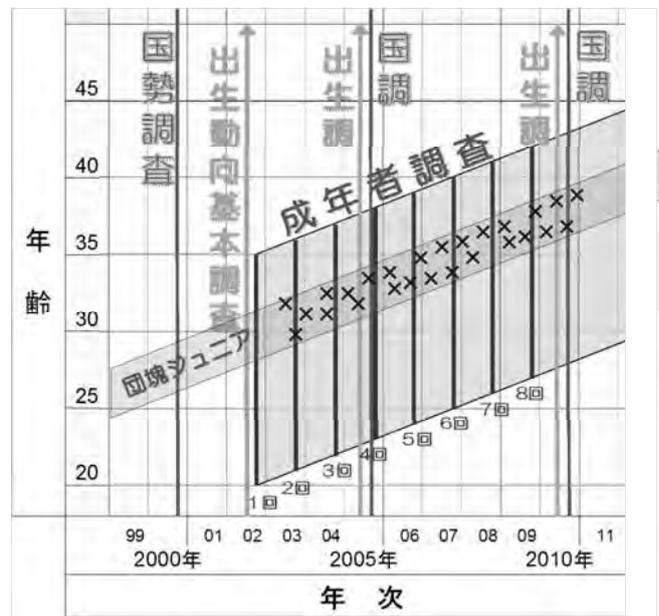
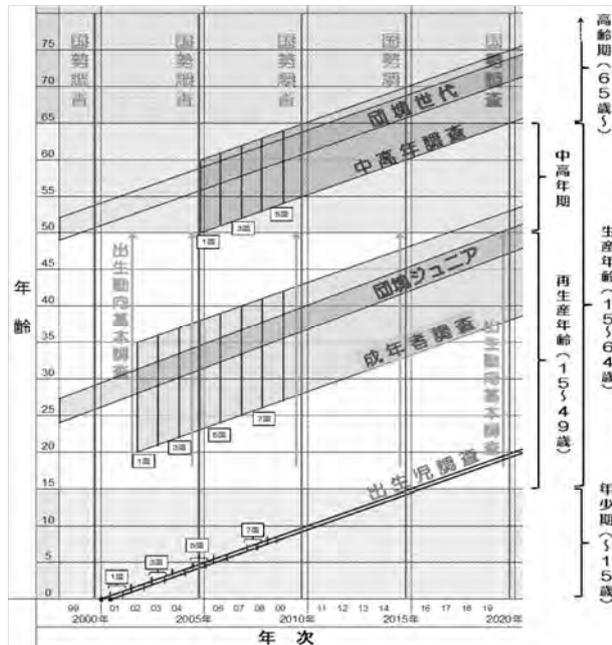
破線Cは、2000年国勢調査(10月1日)によって観察される人口の断面

レキシス図
(Lexis diagram)

〔 コーホート
疑似コーホート
仮説コーホート 〕のの違いに注意!

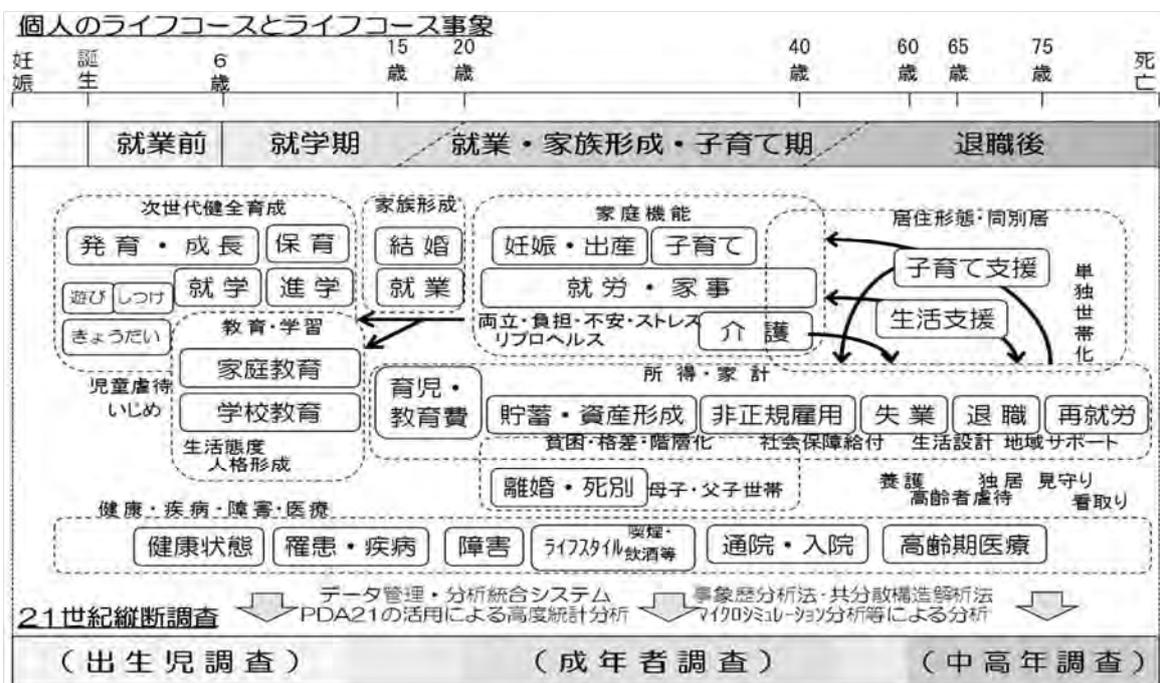
年次統計とライフコース指標

21世紀縦断調査、出生動向基本調査の例



統計調査の連携

国民のライフコースに寄り添い、有効な政策立案に必要な科学的知見をもたらす三つの21世紀縦断調査の例



統計調査の連携

人口動態統計

ライフイベントに関する
統計の新時代！

全数調査であり、代表性が高いが、調査項目に制約。

横断調査

代表性もあり、調査項目も豊富だが、因果立証に弱い。

縦断調査

調査項目も豊富で、因果立証に強いが、代表性が弱い。

(現在)人口推計の概要

(その1)

1. 目的

総務省統計局ウェブページ

<http://www.stat.go.jp/data/jinsui/1.htm>

「人口推計」は、国勢調査の実施間の時点におけるの毎月、毎年の人口の状況を把握するために行うもの。

2. 内容

毎月1日現在 年齢(5歳階級), 男女別推計人口

毎年10月1日現在 全国, 年齢(各歳), 男女別推計人口、および

都道府県, 年齢(5歳階級), 男女別推計人口、その他に、補間補正人口

3. 方法

1) 国勢調査による人口を基礎に、その後の人口動向を他の人口関連資料から得て、毎月1日現在の人口を算出。

2) 推計人口 = 基準人口

+ 自然動態(出生児数－死亡者数)

+ 社会動態(入国者数－出国者数)

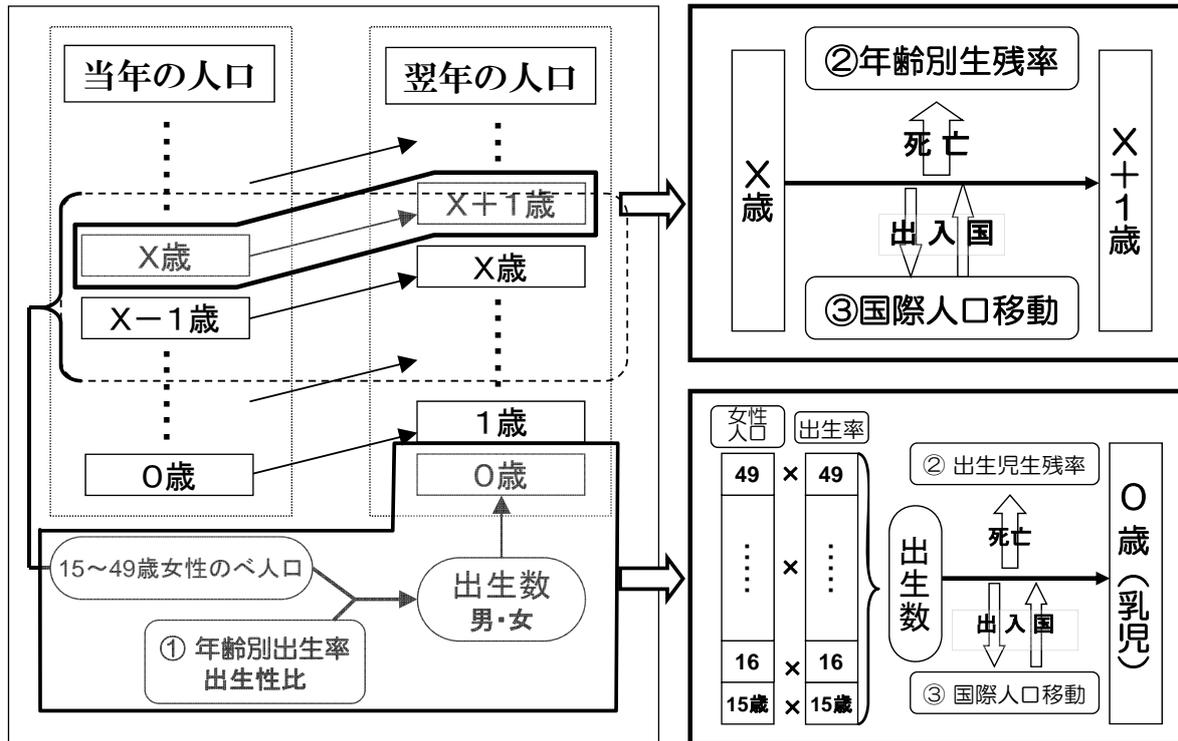
+ 国籍の異動による純増(日本人について)

(+ 都道府県間転入者数－都道府県間転出者数)

※()は、都道府県別人口について適用

人口推計の計算手順と仮定値

コーホート要因法による人口推計の計算と仮定値の関係を示すと以下のようになる。



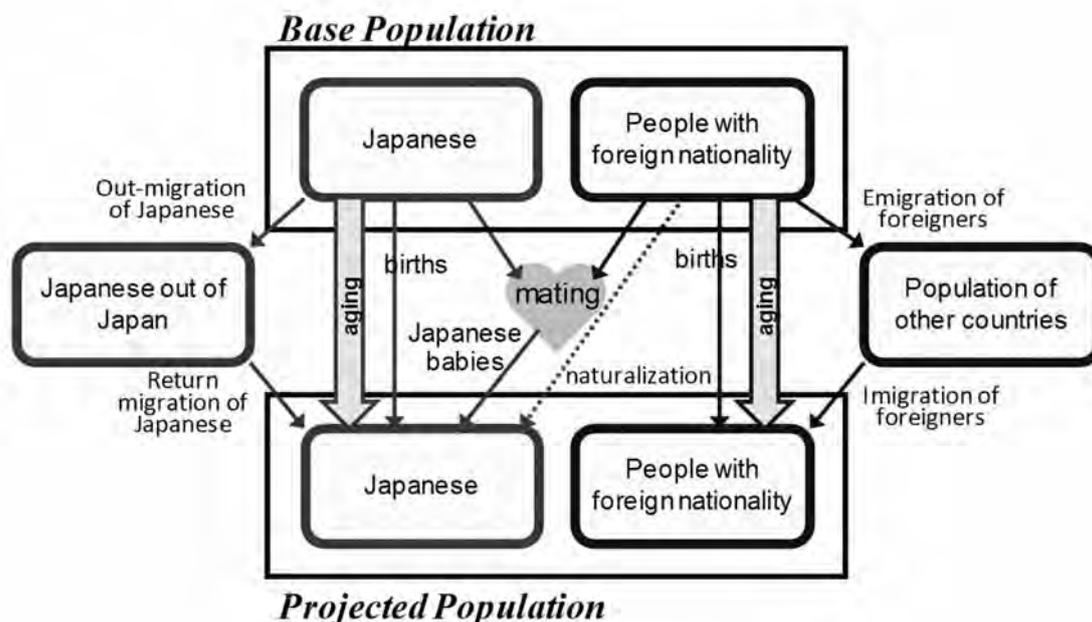
将来人口推計に必要なデータ

- 基準人口・・・男女年齢別人口（国勢調査）
- 3つの仮定値
 - ① 出生
 - （将来の）女性の年齢別出生率
 - （将来の）出生性比
 - ② 死亡
 - （将来の）男女年齢別生残率（将来生命表）
 - ③ 国際人口移動
 - （将来の）男女年齢別国際純移動数(率)

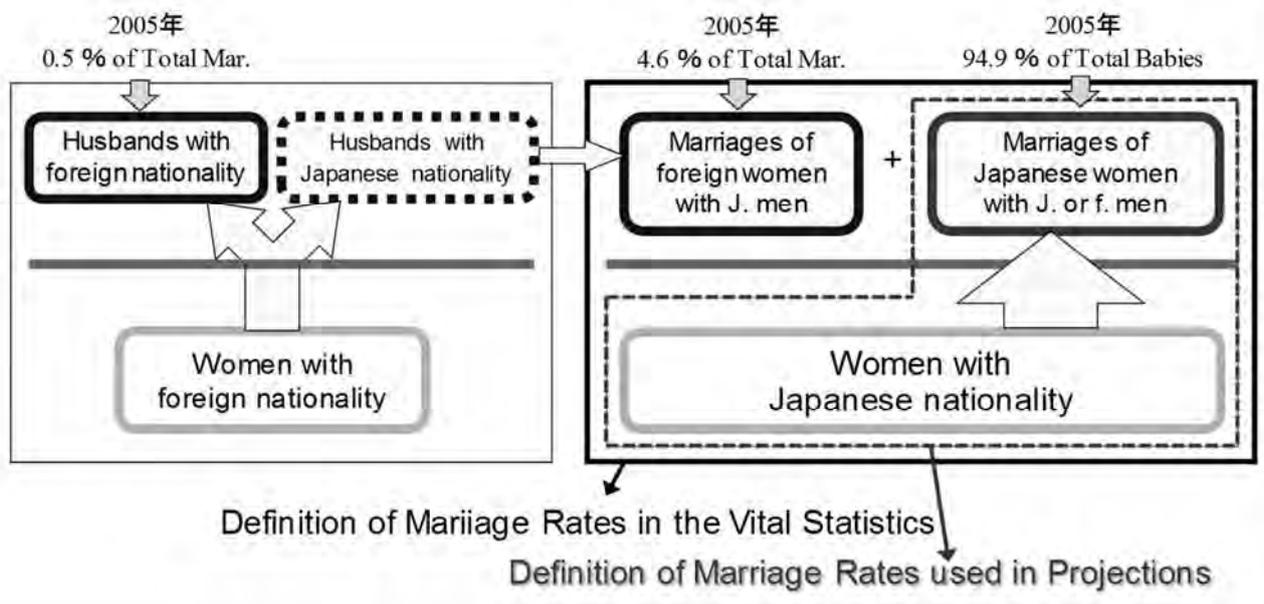
Basic strategies of the population projections

- ◆ **Objectivity and Neutrality**
= To be *scientific* = Aim to use the best methods + best data
- ◆ **Incorporation of life course changes**
= To cope with "*the life course revolution*",
i.e. the lowest-ever-fertility, the world highest longevity,
and the globalizing movements of people.
- ◆ **Internationalization of the population**
= structured population model by nationality (Japanese or not)

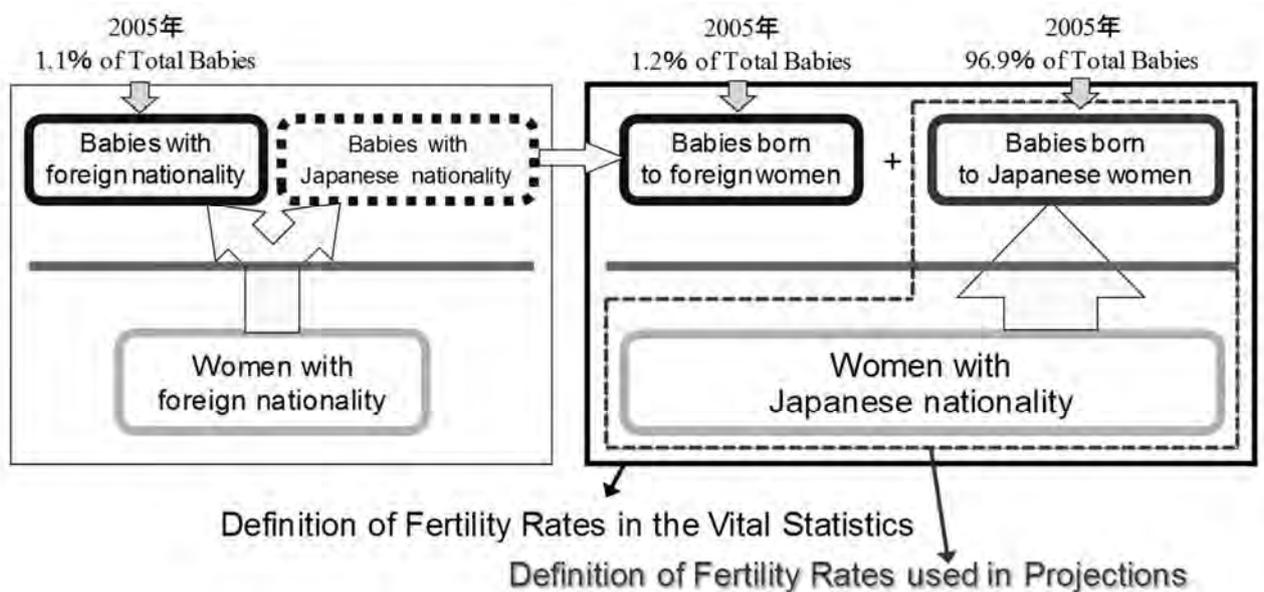
Population projection by nationality



Redefinition of nuptiality with nationality

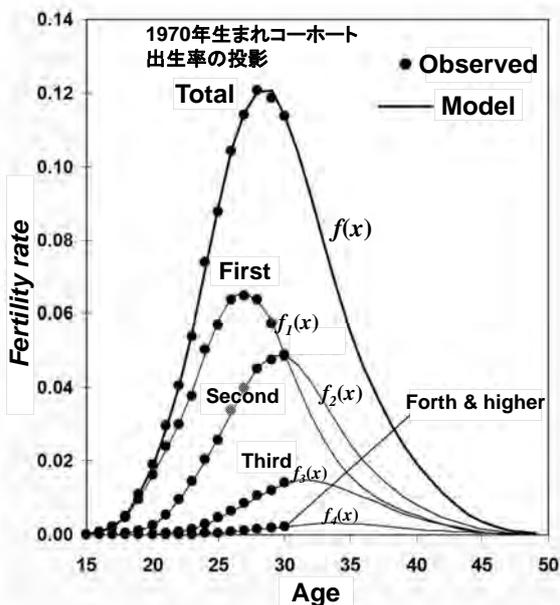


Redefinition of fertility with nationality



Age schedule model for fertility

A mathematical model is developed for birth-order, age-specific fertility rate of female cohort. The model has several parameters which represent behavioral traits of cohorts.



Model of the age-specific fertility rate
- The generalized log-gamma model -

The fertility rate (f) of birth order (n), age (x);

$$f_n(x) = C_n \cdot \gamma_n(x; u_n, b_n, \lambda_n)$$

C_n = lifetime probability of birth, $\gamma_n(x; u_n, b_n, \lambda_n)$ denotes

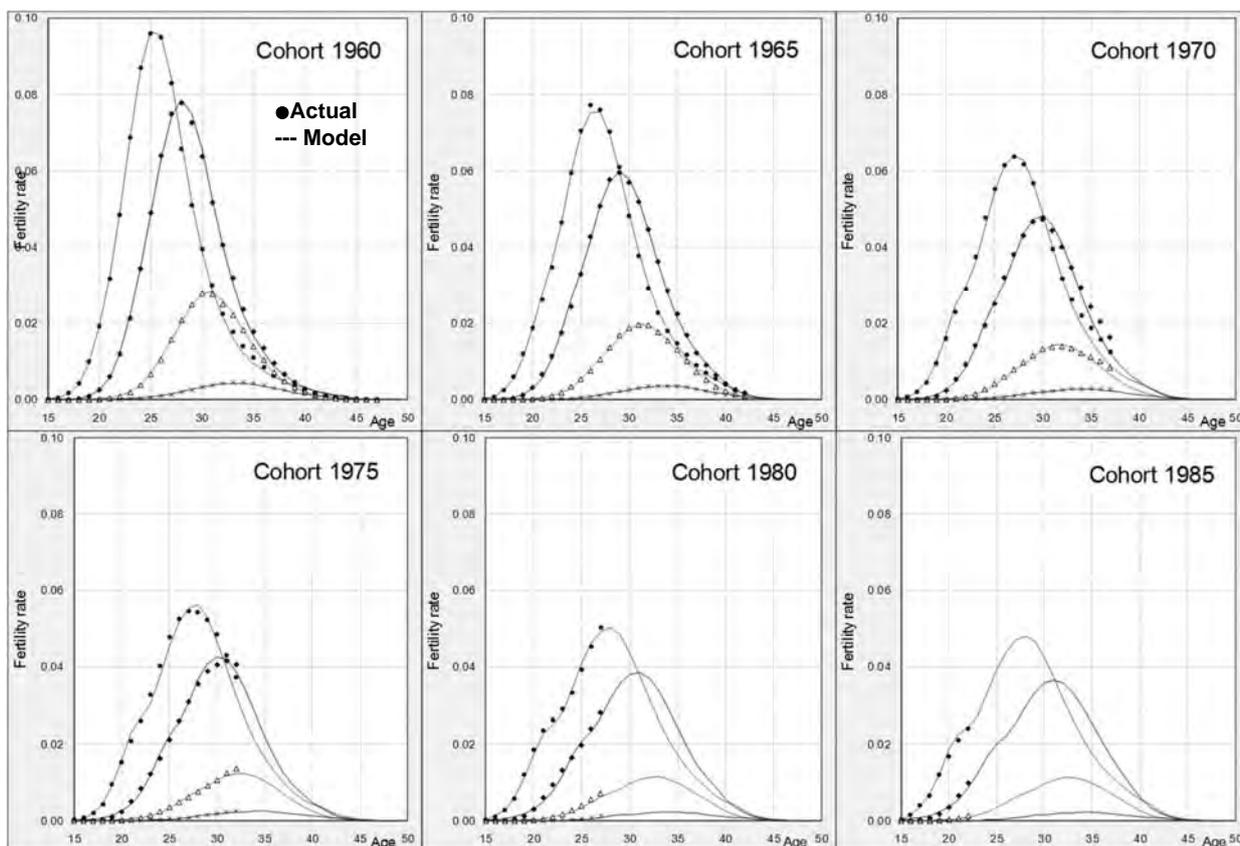
$$\frac{|\lambda_n|}{b_n \Gamma(1/\lambda_n^2)} \left(\frac{1}{\lambda_n^2} \right)^{x-u_n} \exp \left[\frac{1}{\lambda_n} \left(\frac{x-u_n}{b_n} \right) - \frac{1}{\lambda_n^2} \exp \left\{ \lambda_n \left(\frac{x-u_n}{b_n} \right) \right\} \right]$$

where Γ , \exp the gamma and exponential function, C_n , u_n , b_n , and λ_n are parameters for n -th birth.

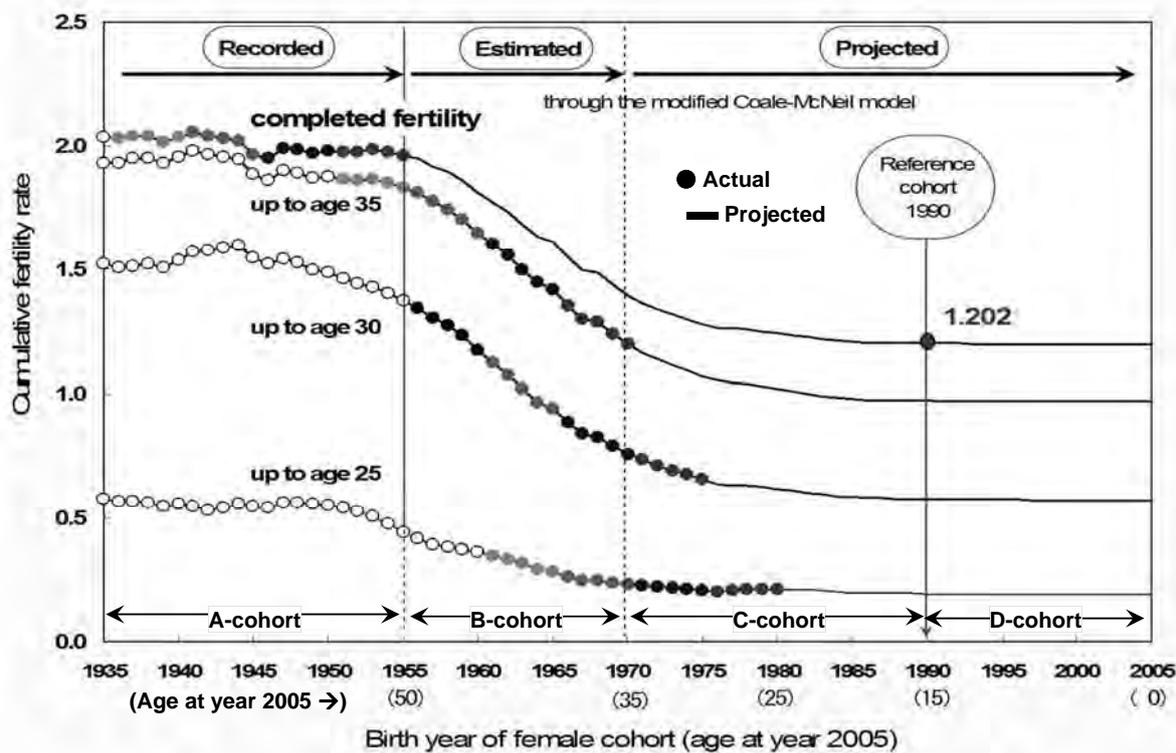
The cohort fertility schedule is given with the standard error pattern ε_n as

$$f(x) = \sum_{n=1}^4 C_n \cdot \left\{ \gamma_n(x; u_n, b_n, \lambda_n) + \varepsilon_n \left(\frac{x-u_n}{b_n} \right) \right\}$$

Figure 10 Actual and Modeled Cohort Fertility Rates by Birth Order



Trends of Cohort Completed Fertility by Age : Recoded Estimated and Projected



Model for the cohort completed fertility

$$CTFR = \sum_{n=1}^{k_n} C_n$$

$C_n = (1-\gamma) \cdot CEB_n^*(\theta_0) \cdot \kappa_n \cdot \delta_n$

Marriage prevalence (points to $(1-\gamma)$)
 Completed fertility for first married couples (points to $CEB_n^*(\theta_0)$)
 Effects of divorce etc. (residual) (points to δ_n)

C_n : the eventual probability having the n -th birth

γ : the eventual proportion never married

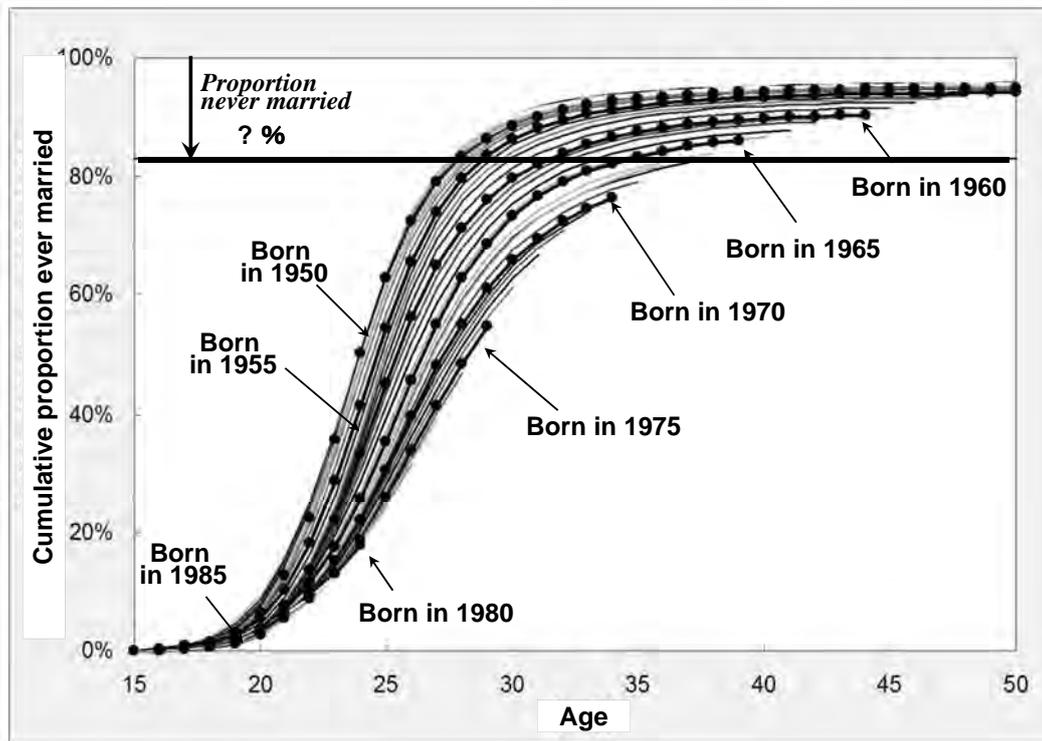
$CEB_n^*(\theta_0)$: the completed number of children for a woman married at age θ_0

κ_n : the coefficient of deviation from the standard marital fertility

δ_n : the coefficient of effects from divorce, bereavement and remarriage

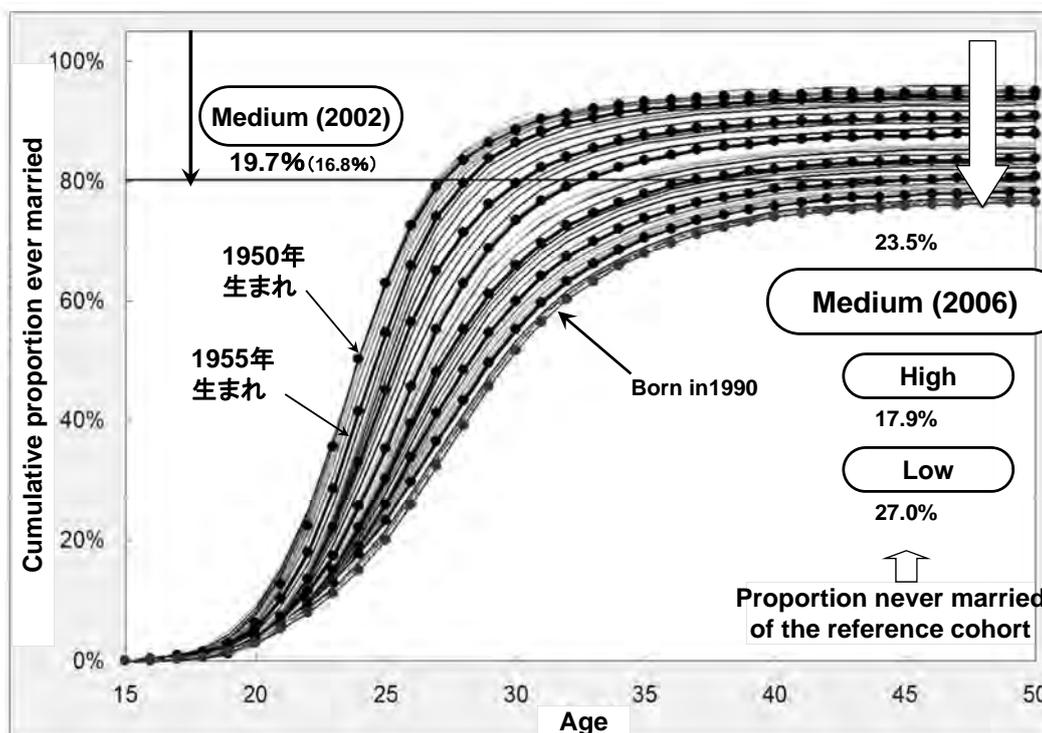
k_n : the highest birth order

The cumulative first marriage rates for female cohorts



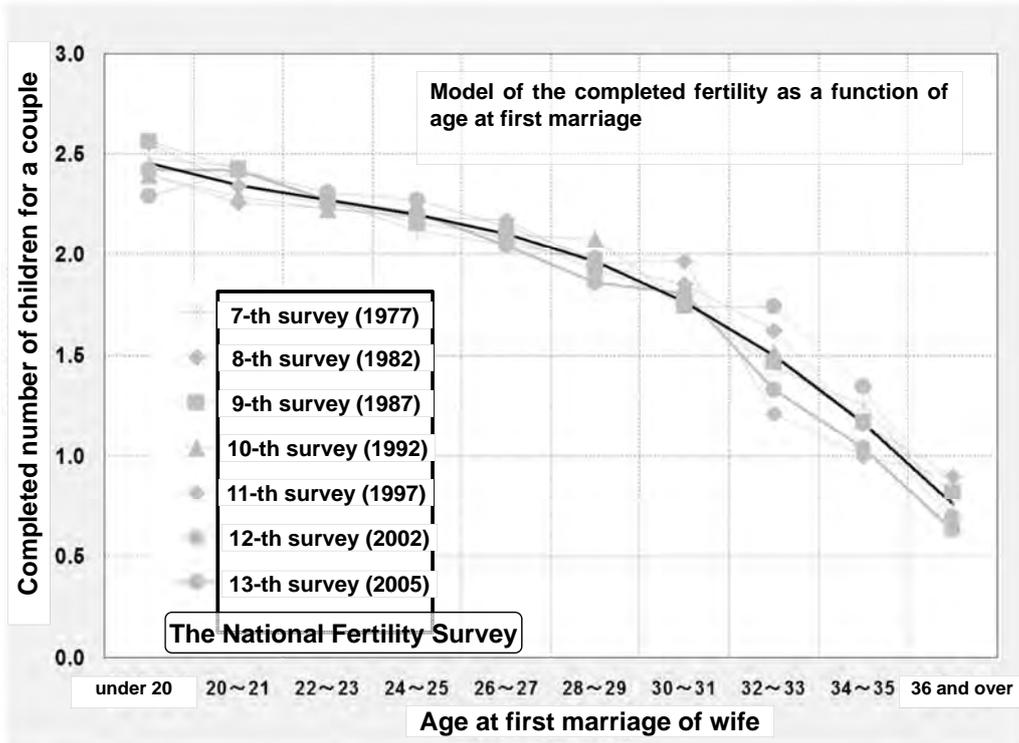
Source: *The Vital Statistics*, (corrected for delayed registration).

The cumulative first marriage rates for female cohorts

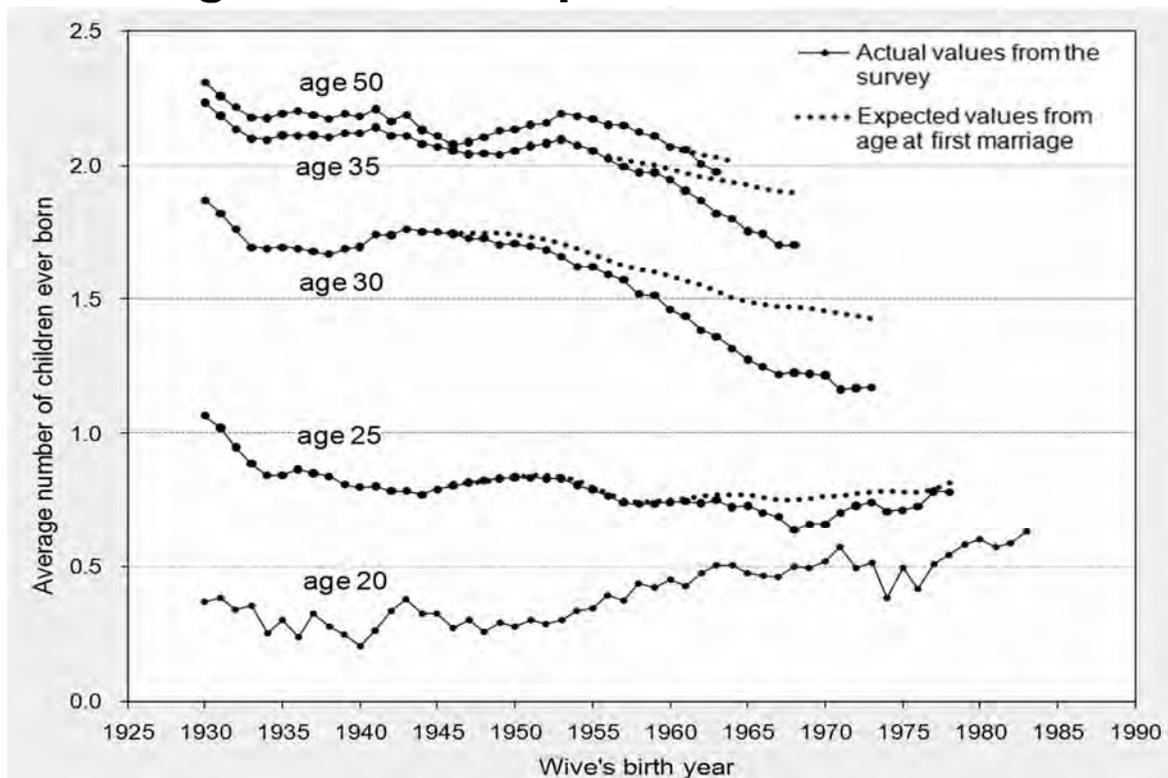


Source: *The Vital Statistics*, (corrected for delayed registration). NIPSSR(2006), *Population Projection for Japan: 2006-2055*.

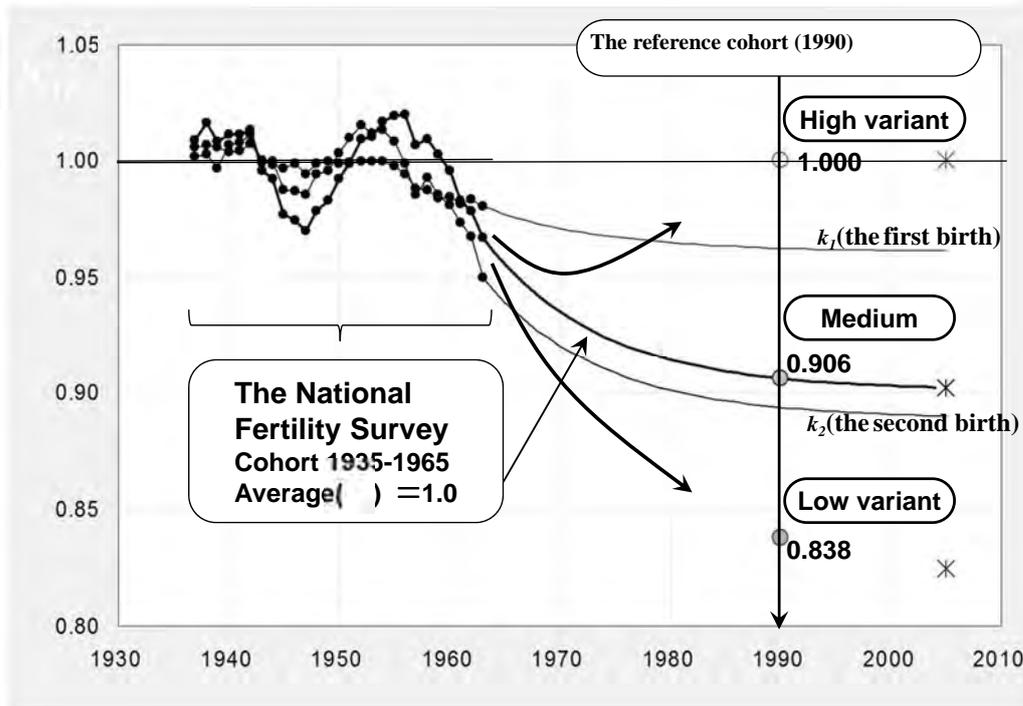
The completed fertility depends on age at first marriage



Cohort Trends of *CEB* in Married Women by Age Actual & Expected from MAFM



The Coefficient of Deviation from the Standard Marital Fertility



The Coefficient of Other Effects (divorce, bereavement and remarriage + residual)

Classification of marital status (The figures are those for cohort born in 1955)

Type of marital status (woman at age 50)				Women born in 1955	CEB	CEB ratio to first-married
Single	Never married (n)			γ (5.8%)	C_n (≈ 0.00)	R_n (0.00)
	Ever married	Ever divorced / widowed	Divorced (d)	P_d (11.8%)	C_{dw} (1.58)	R_{dw} (0.76)
			Widowed (w)	P_w (2.7%)		
Married	Ever married	Non-first married	After divorced	P_{rd} (5.5%)	C_r (1.86)	R_r (0.90)
			After widowed	P_{rw} (0.2%)		
			Wife-first, husband-remarried (fr)	P_{fr} (5.1%)		
		First married couple (ff)	P_{ff} (68.9%)	C_{ff} (2.07)	R_{ff} (1.00)	

γ : the proportion never married

$R_{dv} = C_{dv} / C_{ff}$ etc.

Record for cohort-1955

$\delta \approx 0.952$

↓

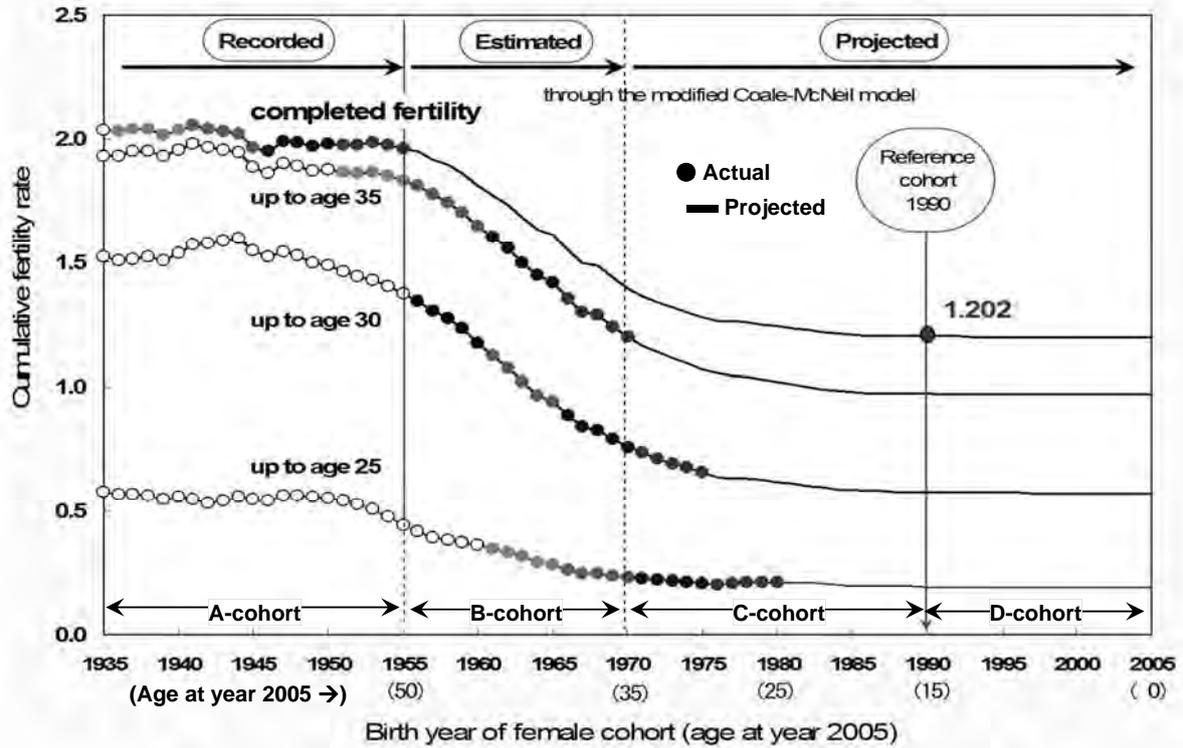
Projected for cohort-1990

0.925

Structure of δ

$$\delta = \frac{1}{1-\gamma} \{ P_{ff} + P_{fr} R_{fr} + P_{r*} R_{r*} + P_{dv} R_{dv} \}$$

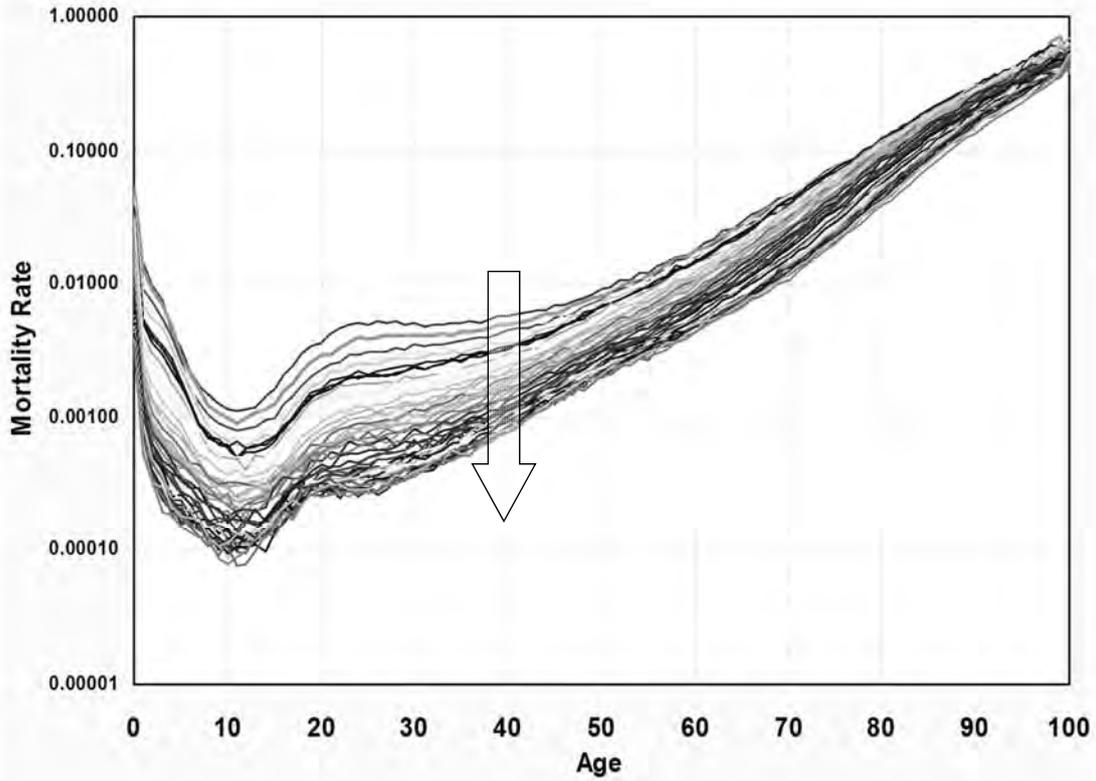
Trends of Cohort Completed Fertility by Age : Recoded Estimated and Projected



出生率要因の仮定値

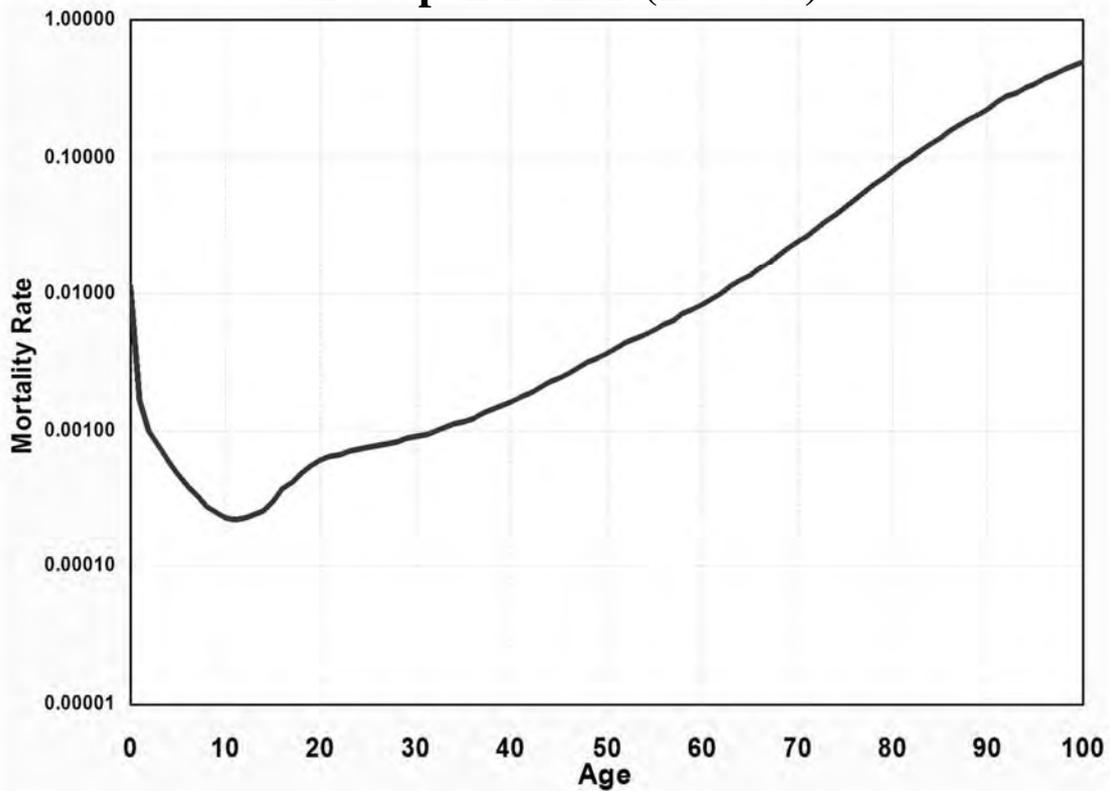
女性の出生力要素指標		実績値 1955年 生まれ	将来推計人口の出生仮定 1990年生まれ女性コーホート		
			中位仮定	高位仮定	低位仮定
(1) 平均初婚年齢		24.9	28.2	27.8	28.7
(2) 生涯未婚率		5.8 %	23.5 %	17.9 %	27.0 %
(3) 夫婦完結出生児数		2.16	1.70	1.91	1.52
(4) 離死別再婚効果係数		0.952	0.925	0.938	0.918
子ども数	0人 (子なし割合)	12.7 %	37.4 %	28.6 %	43.3 %
	1人 (一人子割合)	11.8 %	18.2 %	15.4 %	19.4 %
	2人以上	75.6 %	44.4 %	55.9 %	37.2 %
コーホート合計特殊出生率 (日本人女性の出生に限定した率)		1.94	1.26 (1.20)	1.55 (1.47)	1.06 (1.02)

**Pattern of Mortality by Age and Period:
lnMx : Japan-Female(1950-96)**



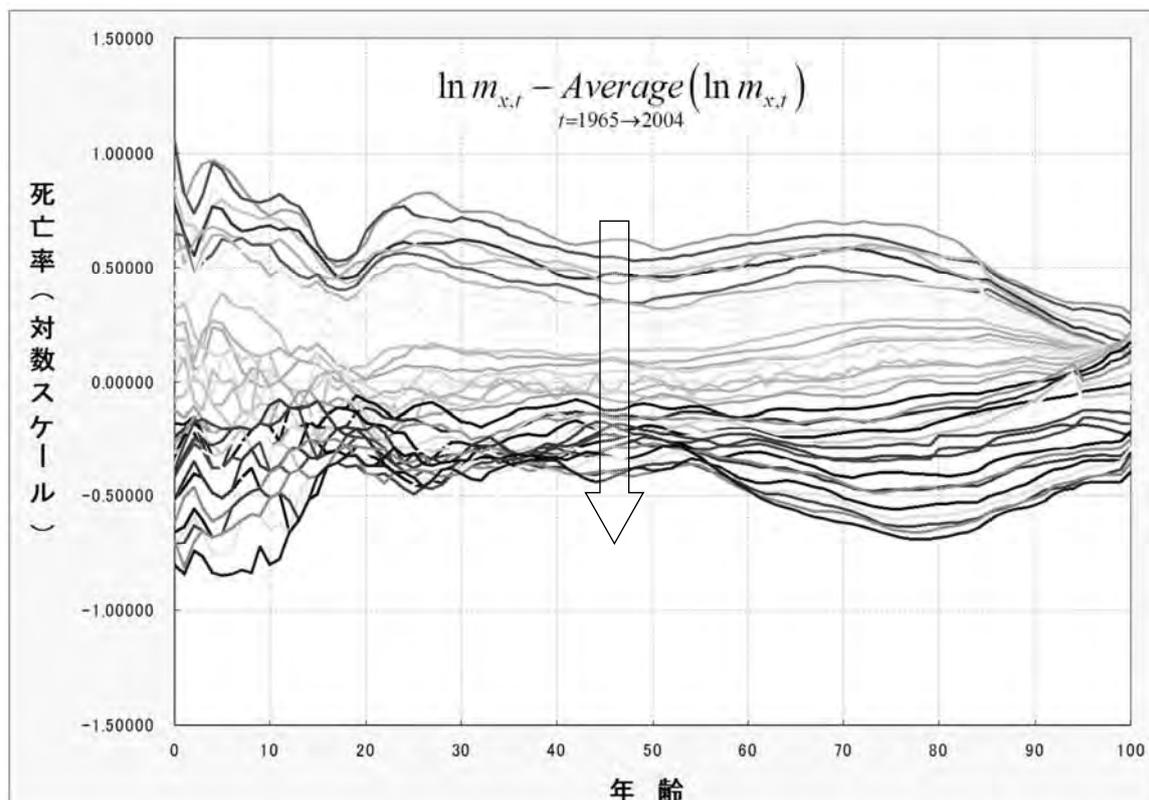
33

**Pattern of Mortality by Age and Period:
ax : Japan-Female(1950-96)**

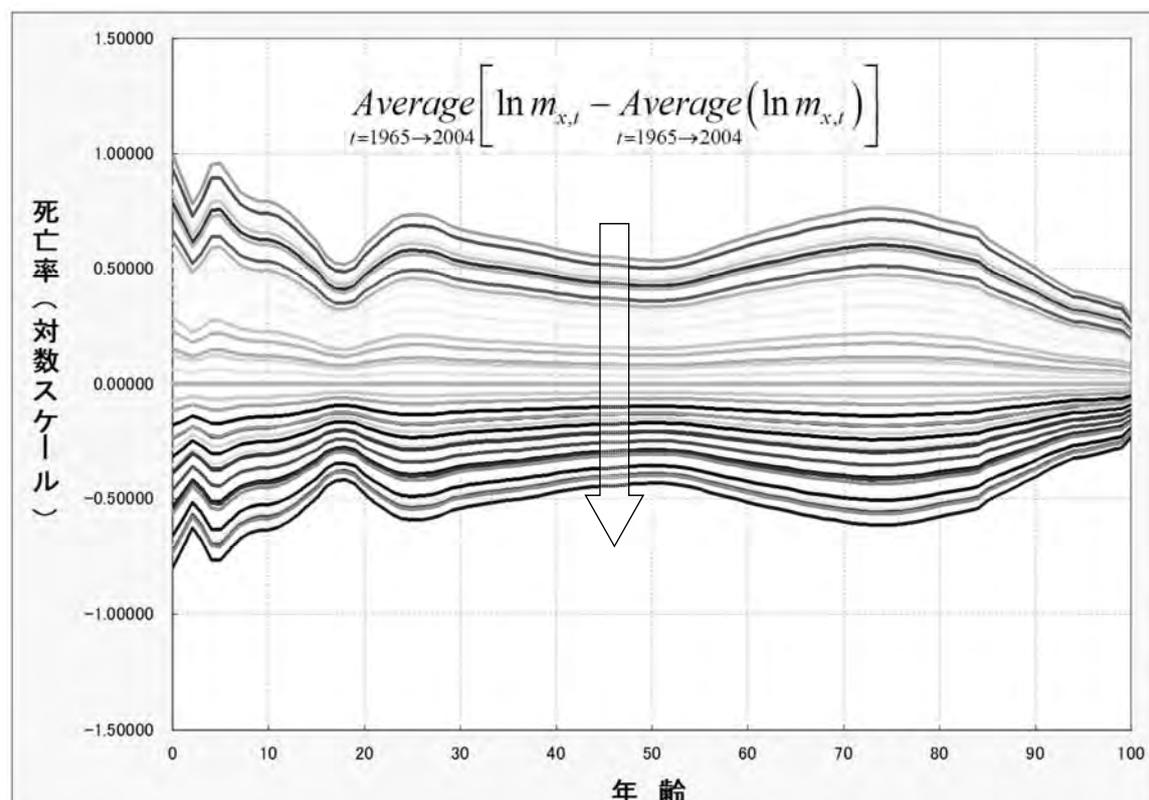


34

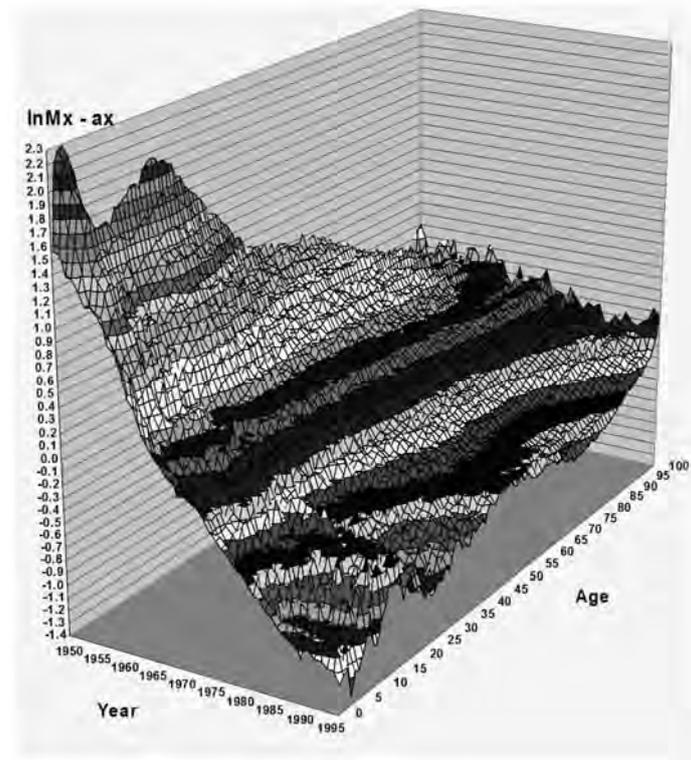
年齢別死亡率の変化パターン(女性)：1965～2004年



年齢別死亡率の変化パターン(女性)：1965～2004年



Residual Pattern of Mortality by Age and Period: lnMx - ax : Japan-Female(1950-96)



37

死亡スケジュール変化の表現のためのモデル

生命表のリレーショナルモデルとリー・カーターモデル

リレーショナルモデルとは、死亡スケジュール変化の経験的パターンを用い、その変化を表現するパラメータと組み合わせて任意のスケジュールを表現する方法

平成14年、18年推計では、リー・カーターによって開発されたリレーショナルモデル (Lee-Carter Model) をベースにした方法により将来生命表を作成した。

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x \cdot k_t + \varepsilon_{x,t}$$

$\ln(m_{x,t})$ 年次(t)、年齢(x)の死亡率の対数值

a_x 死亡率の標準年齢パターン(年齢別死亡率の年次「平均」)

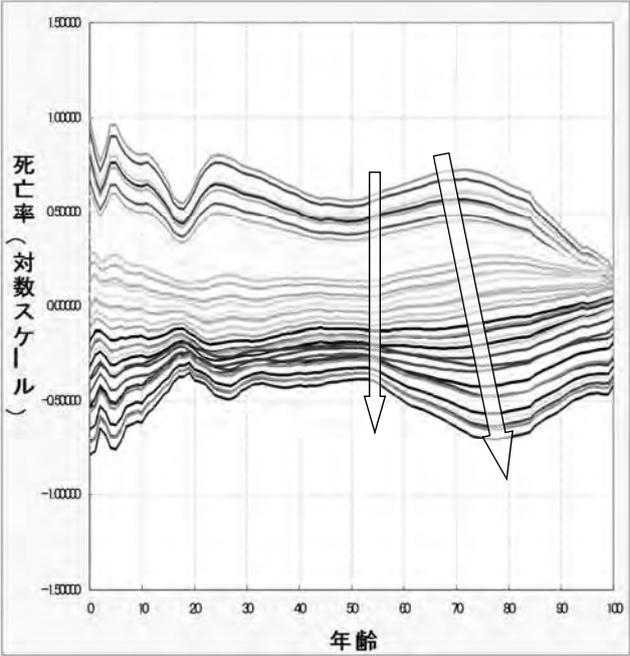
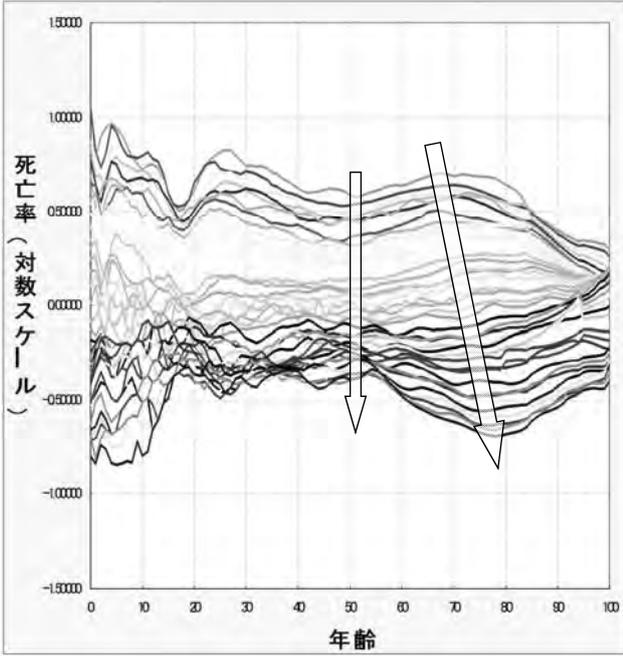
k_t 死亡の一般的水準(死亡指数)

b_x 死亡率変化の標準年齢パターン

$\varepsilon_{x,t}$ 残差(平均0)

死亡スケジュール変化の表現のためのモデル

右の図（観測値）を第一、第二特異値からの推計に変えてみると、死亡率水準のピークが高年齢へシフトしていくような動きが加わることが観察される。

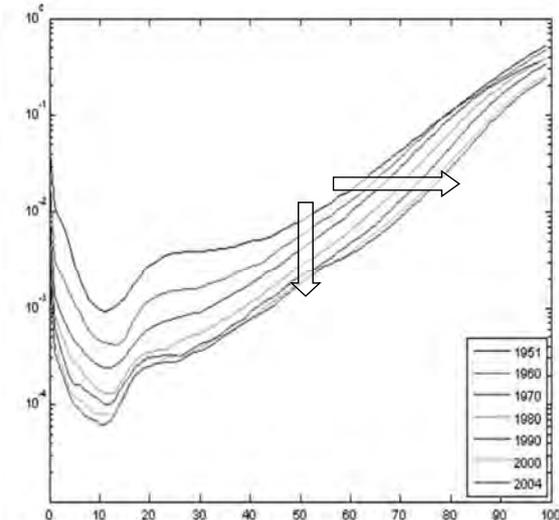
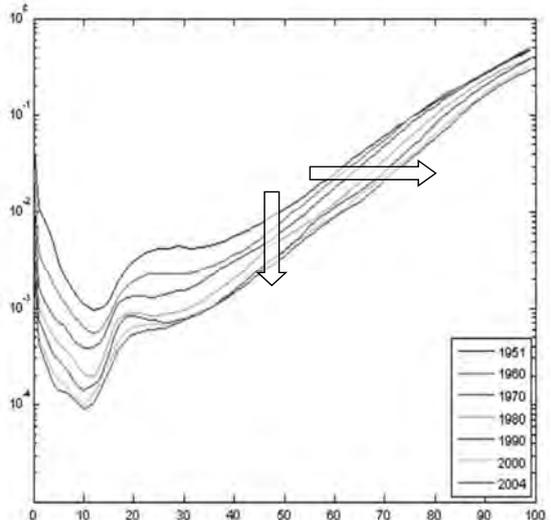


死亡スケジュール変化の表現のためのモデル

年齢別死亡率の高年齢における改善は、死亡率曲線が高年齢側にシフトする年齢シフトという死亡状況の変化と捉えることができる。

男性

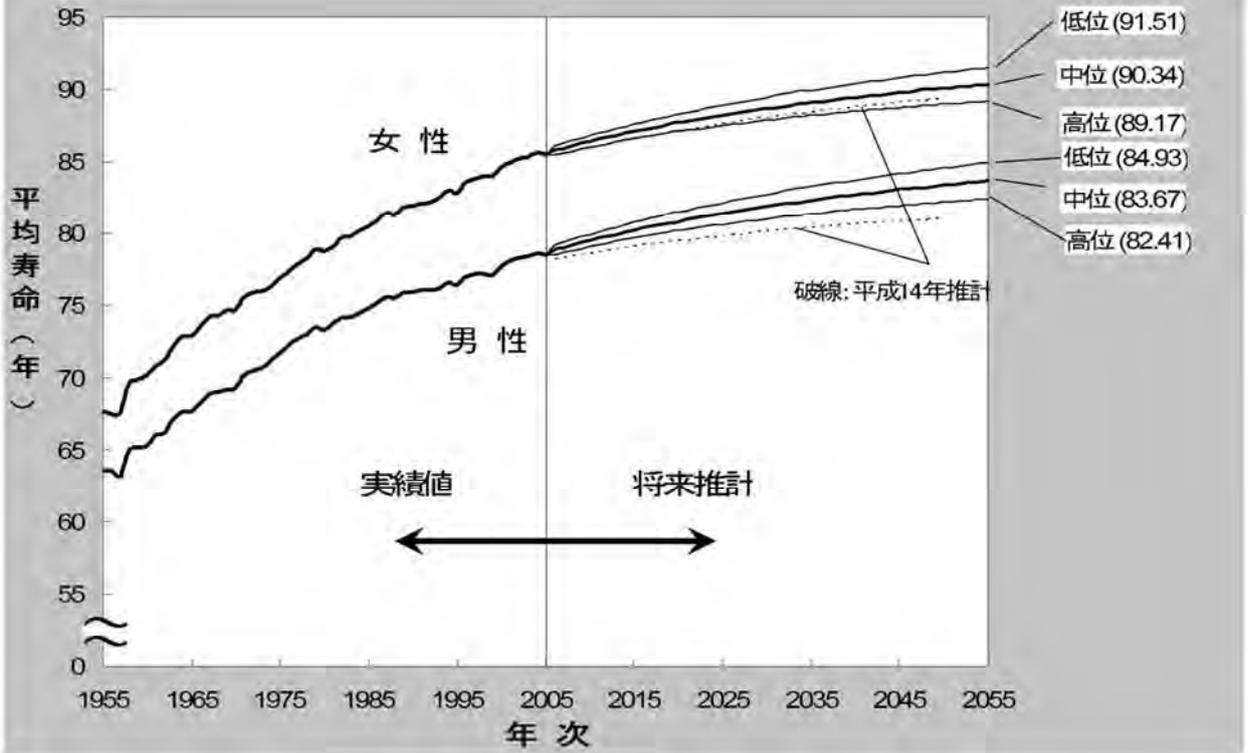
女性



ln(qx) の推移
(1951 は 1950-52年を表す)

平成18年推計による平均寿命の将来推移

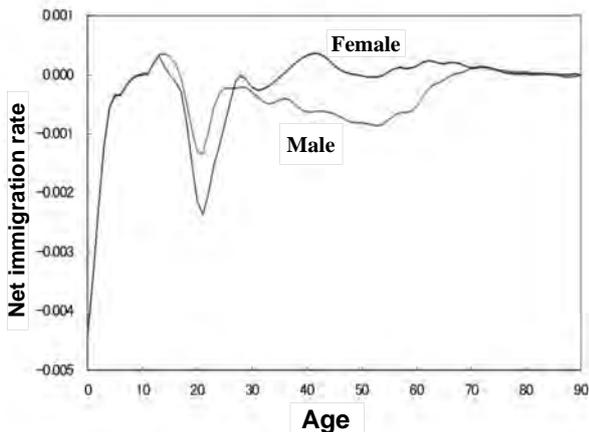
平均寿命の長期推移：H18推計-死亡中位・高位・低位仮定



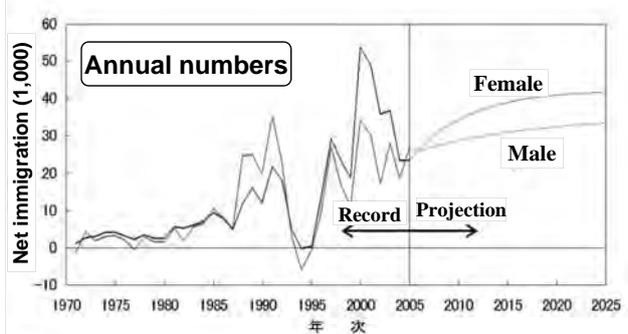
Assumptions for International Migration

Different assumptions are provided by nationality (Japanese or ~~non-Japanese~~)
 Age-sex specific annual net immigration rate (constant)
 Non-Japanese
 Annual numbers of net immigration with fixed age distribution

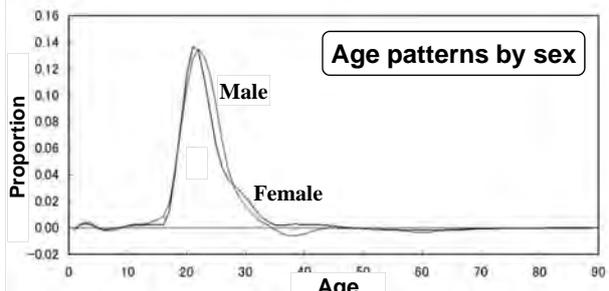
Net immigration rate for Japanese



Net migration for non-Japanese

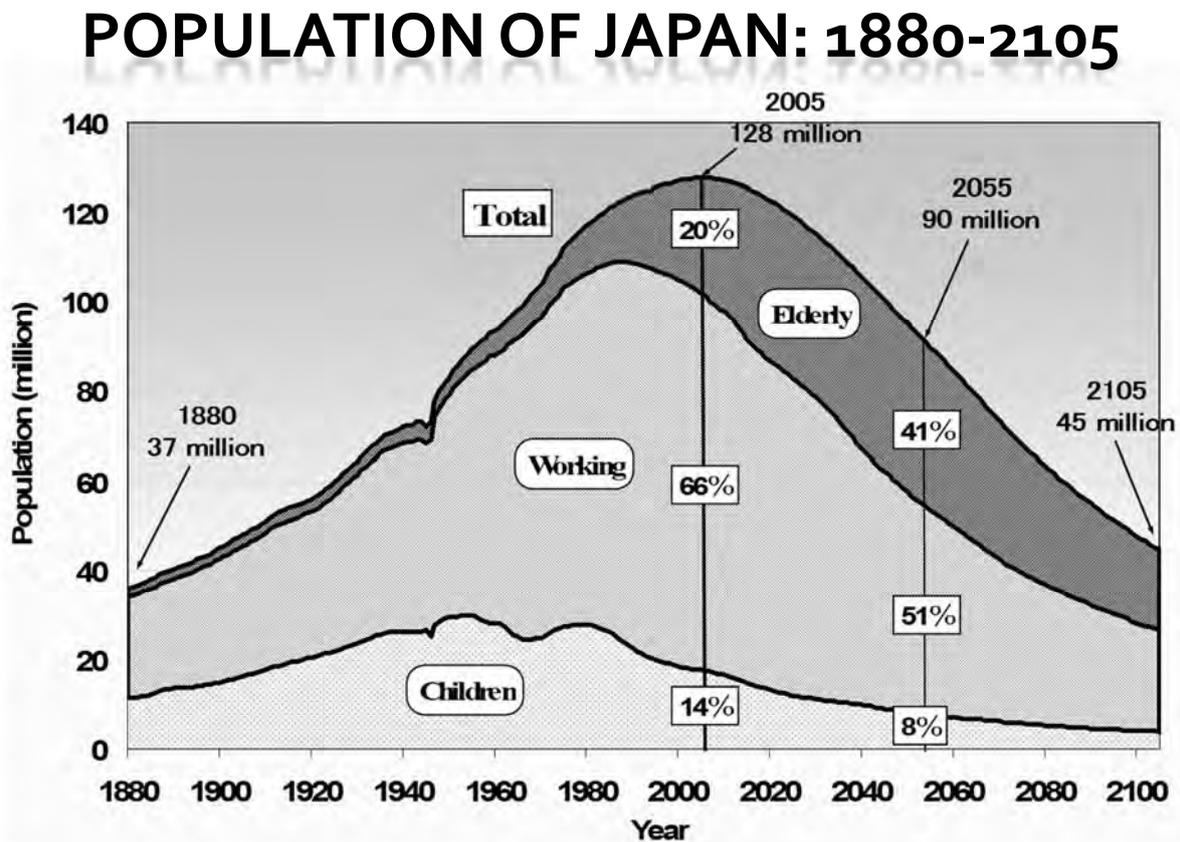


Age patterns by sex



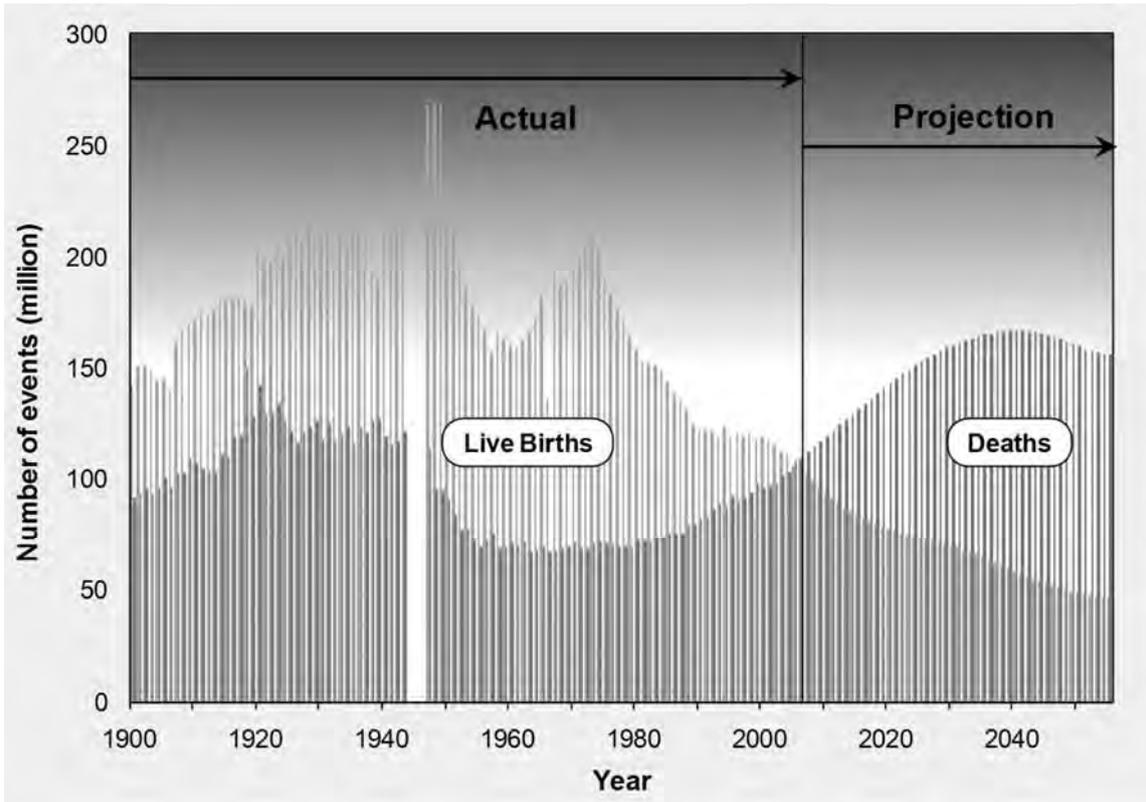
将来人口推計

－ 結果の概略 －



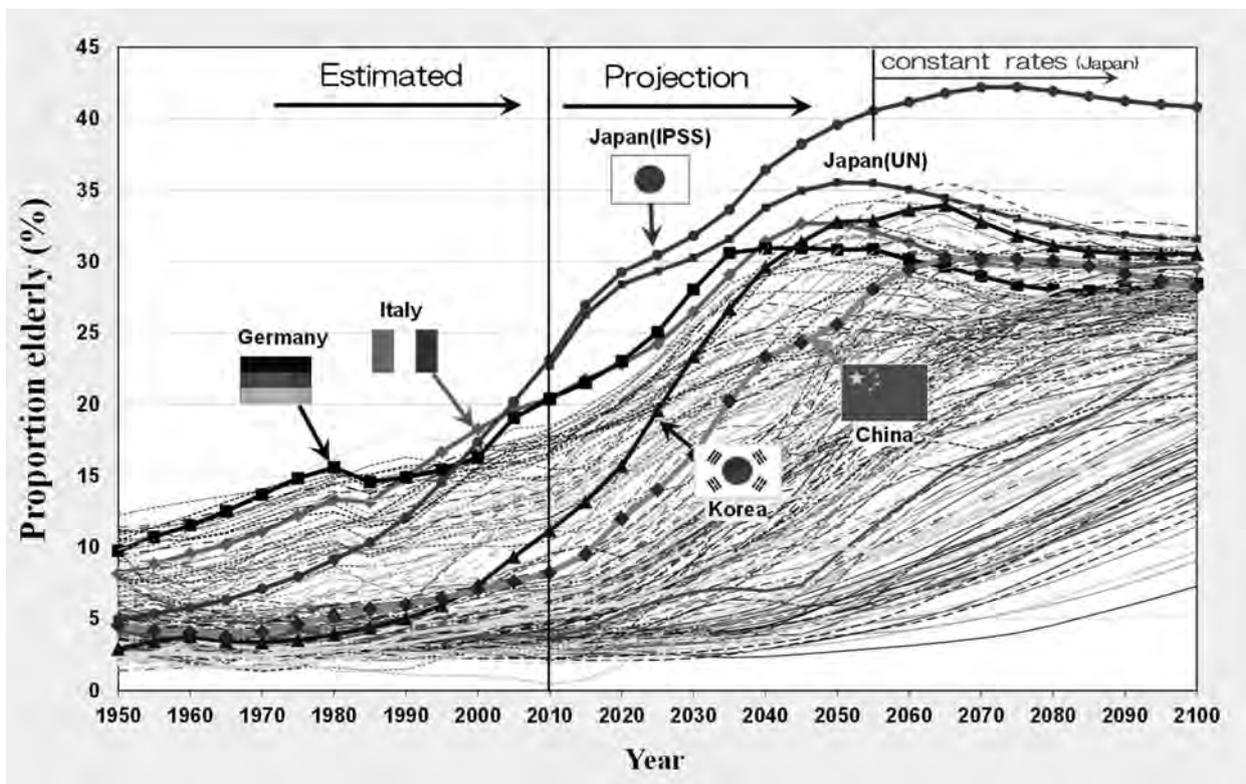
Source: Ministry of Internal Affairs and Communications, Statistics Bureau, Census, NIPSSR(2006), Population Projection for Japan:2006-2055.

Japanese Cross



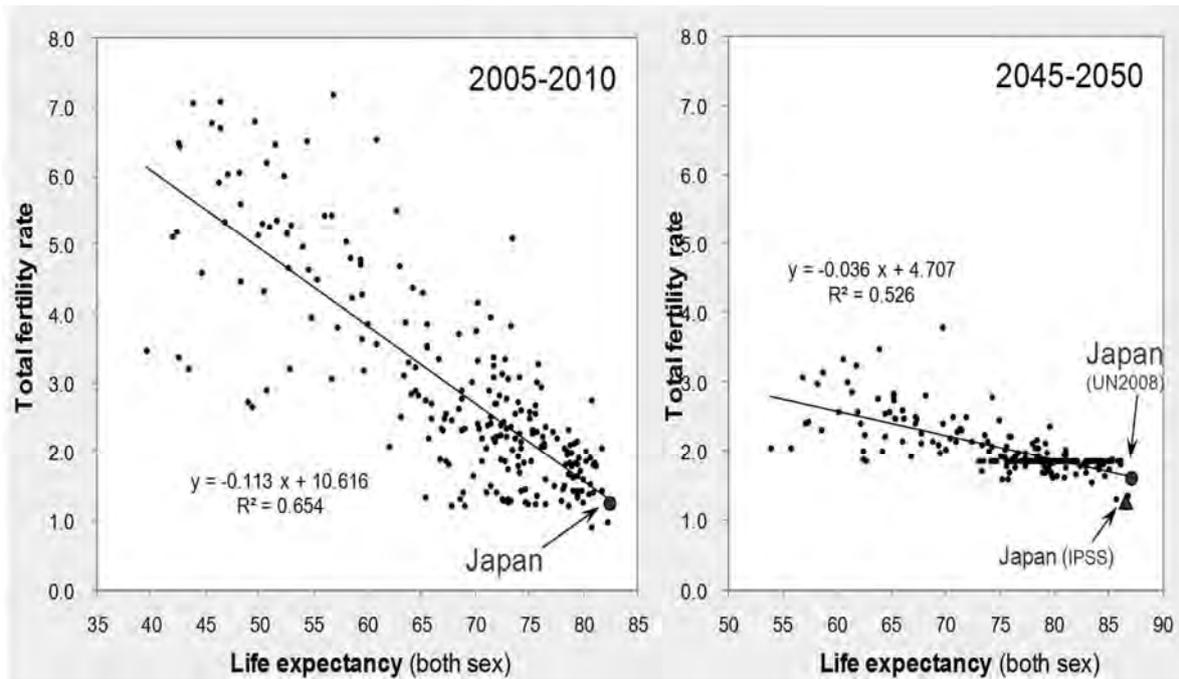
Source: NIPSSR(2006)

Proportion Elderly: 1950-2100



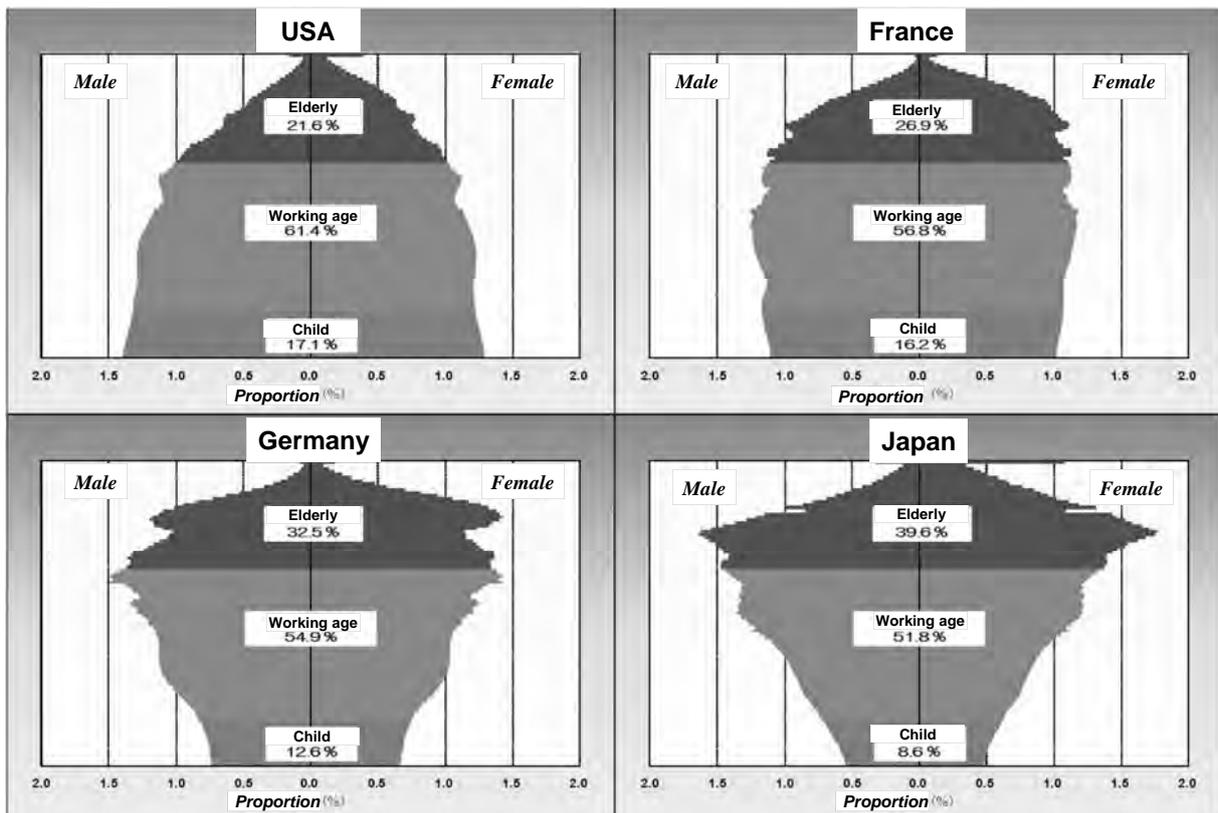
Source: United Nations(2011), *World Population Prospects: The 2010 Revision*, NIPSSR(2006), *Population Projection for Japan:2006-2055*.

Japan's Distinguishing Position: Present and Future



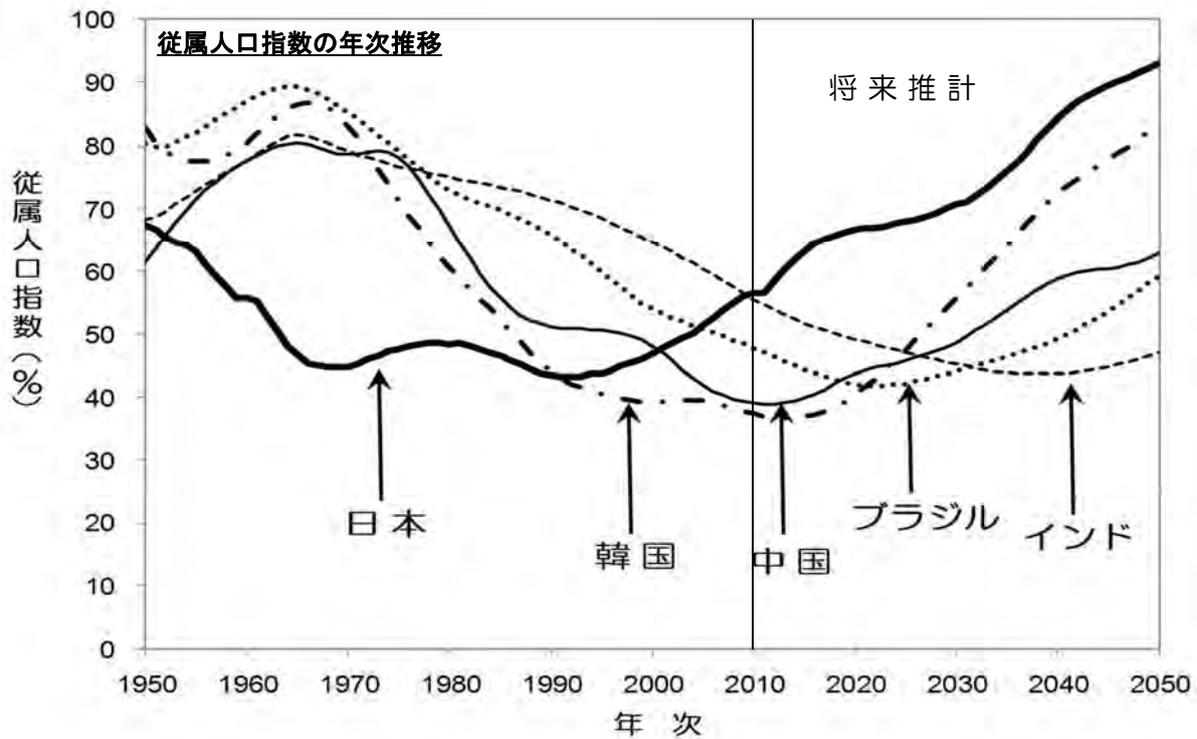
Source: United Nations (2009), NIPSSR(2006)

Population Pyramids: 2050



Source: United Nations (2009), World Population Prospects: The 2008 Revision. NIPSSR (2006) Population Projections for Japan.

人口ボーナス期の比較 - 日本 vs 韓国, 中国, ブラジル, インド -



Woman's Life-course Composition by Family Status : Recoded and Projected

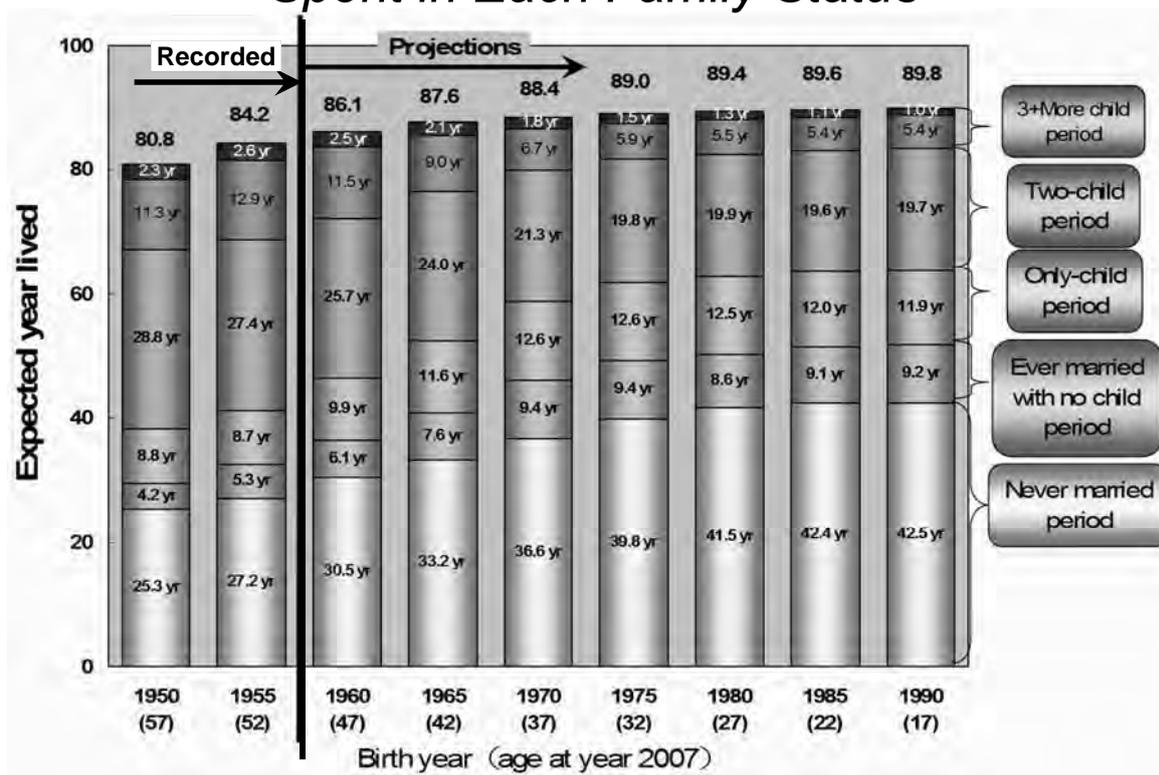
Derived from Multistate Life Tables

Family Status	Birth year of woman's cohort								
	Recorded		Projected						
	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990
Life time distribution of woman by number of child (at birth)									
Childless	18.4	17.7	20.8	24.8	31.4	35.5	36.4	37.9	38.1
Never married	13.6	11.2	12.9	14.4	17.9	21.7	23.6	24.3	24.3
Ever married	4.8	6.5	7.9	10.5	13.5	13.8	12.8	13.6	13.8
Only child	11.2	11.2	13.3	16.5	18.7	18.8	18.8	18.1	18.0
Two children	46.8	44.4	41.8	39.5	35.2	32.9	33.0	32.6	32.8
Three children	19.4	22.0	19.6	15.3	11.5	10.1	9.4	9.3	9.3
Four and more children	4.2	4.7	4.5	3.8	3.2	2.7	2.3	2.0	1.9
Net Reproduction Rate	87.5	90.0	84.5	76.3	66.3	61.2	59.6	58.1	57.9
No grandchild	22.2	21.2	25.6	31.6	41.2	46.8	48.1	50.0	50.2

Derived from Assumption

Life time proportion of woman (without mortality effect = directly derived from fertility assumption)									
Never married	5.0	5.8	9.3	12.0	16.2	20.4	22.6	23.5	23.5
Childless	10.3	12.7	17.5	22.7	30.0	32.8	35.7	37.1	37.4
No grandchild	12.1	15.0	21.3	28.8	39.3	42.9	46.8	48.9	49.4

Woman's Expected Lifetime Length Spent in Each Family Status



参考文献

References

- 石川晃・佐々井司、2010。「行政記録に基づく人口統計の検証」『人口問題研究』第66巻第4号, pp23-40 .
- 石井太、2008。「近年のわが国の死亡動向に適合した将来生命表推計モデルの研究 一年齢シフトモデルの開発」『人口問題研究』第64巻第3号, pp.28-44.
- 岩澤美帆、2008。「初婚・離婚の動向と出生率への影響」『人口問題研究』第64巻第4号, pp.19-34.
- 金子隆一、「人口統計学の展開」『日本統計学会誌』第31巻, 第3号, pp345-377, 日本統計学会 (2001.12)
- 金子隆一、2009年、「将来人口推計における出生仮定設定の枠組みについて」『人口問題研究』国立社会保障・人口問題研究所 第65巻 第2号 pp.1-27.
- 金子隆一・三田房美「将来人口推計の基本的性質と手法的枠組みについて」『人口問題研究』第64巻第3号, pp.3-27.
- 国立社会保障・人口問題研究所編(2007)『日本の将来推計人口ー平成18年12月推計ー』厚生統計協会
- 国立社会保障・人口問題研究所編(2008)『日本の将来推計人口ー平成18年12月推計の解説および参考推計(条件付推計)ー』厚生統計協会

ベンチマーク問題と経済時系列

(GDP 速報と GDP 確報を巡って) *

国友直人[†]

&

川崎能典[‡]

2011年4月

要約

内閣府が定期的に公表している国民経済計算では一部の構成系列の推定において、四半期原データに対しベンチマーク法と呼ばれている統計的処理を行い、確定系列の公表値を作成している。ここでは GDP 推計において利用されている方法などを例としてベンチマーク法を巡る統計的問題と課題について考察した。特にプロラタ (Pro-Rata) 法, デントン (Denton) 法, チャオ・リン (Chow-Lin) 法など経済時系列分野で知られている統計的方法を議論し、実例を用いて比較した。

鍵言葉

経済時系列の断層問題, ベンチマーク法, Pro-Rata 法, Denton 法, Chow-Lin 法, GDP 速報と GDP 確報, ベンチマーク問題と季節性

*KK-11-4-20. 本稿は国友直人が内閣府経済社会総合研究所・客員主任研究官として行った研究成果の一部である。GDP に関するデータを提供してくれた広田茂氏 (内閣府) に感謝する。なお云うまでもないが、ここで報告する内容については誤解を含めてあくまで著者に責任は帰する。

[†]東京大学大学院経済学研究科

[‡]統計数理研究所

1. はじめに

ここ数年間における世界経済や日本経済の変動とともに日本経済における主要なマクロ経済系列の多くでも激しい変動が観察されている。特に政府や民間のエコノミスト、マクロ経済学者が注目している日本の GDP 系列をはじめとする主要なマクロ時系列では、2005 年頃から景気の回復基調から 2008 年-2009 年にかけての大きな落ち込みと底からの若干の回復基調などが観察されたが、さらに 2011 年 3 月に発生した東日本大震災の影響なども今後懸念される。

こうした最近に観察されている経済変動の解釈や理解、今後の動きについては、マクロ経済指標の解釈、それに基づく経済の将来見通しを不確かなものにしてしている。エコノミストや経済学者は政府の統計当局が発表するマクロ経済データを利用して経済動向を分析し、景気動向を判断するという統計データの利用者(エンド・ユーザー)であるが、近年では政府当局が発表するマクロ経済統計の数値についての疑問、あるいは批判を発することがある。そうしたコメントの中には明らかにマクロ経済統計、あるいは政府による経済統計の作成過程について正しい理解に欠けている場合も少なくないが、マクロ経済統計の作成について理解している関係者にとっても一概に誤解とは言い難い重要な論点も幾つか存在している。例えば内閣府が作成・公表している四半期 GDP 速報や GDP 確報の数値については公表されるたびに同一時期の四半期 GDP 伸び率がかなり変更されることもあり、ときにはゼロ付近においてプラスとマイナスが入れ替わりうるなど、GDP 速報値や GDP 確報値による景気判断などを困難なものにしてしている。こうした事態は GDP 速報値・GDP 確報値を大きなよりどころとして日本のマクロ経済の景気動向を判断しているエコノミスト、あるいは景気判断にもとづき当面の経済政策を立案している政府関係者などにとって見過ごせない問題である。四半期 GDP に関する問題としては、四半期 GDP の 1 次速報値は定期的に内閣府より公表されるが、公表の後の約 1 ヶ月後に速報値の数値が改訂され 2 次速報値が公表され、さらにかかりの時間が経過したのちに確報値が公表されるという制度になっている。近年の経験からは、同一時期の GDP の数値自体(しばしば年率換算された成長率であるが)が発表される度に変更され、速報値、速報値の改訂値(2 次速報値)、確報値の間のギャップが無視できないことがある。この問題は日本政府における統計当局者にとり公表している統計数値の信

頼性と関わるが、マクロ経済統計がマクロ経済の動向を把握し、経済政策の立案にかかわる基礎資料とされている現状から見ても、十分に検討すべき課題である。ここで重要な鍵となる統計学的問題は、エコノミスト、政府関係者、あるいは経済学者の多くは原系列ではなく、月次(四半期)の系列から計算された前年同月比(前年同期比)、あるいは政府の中の担当部局が「X-12-ARIMA と呼ばれる季節調整法」を施した季節調整値としての四半期 GDP とその主要な構成要素を推計した後に計算された「変化率・伸び率、年率換算値」に基づいて経済動向を議論していることである。GDP 統計における1次速報値・2次速報値を巡る統計的問題の一端については例えば佐藤・国友(2010)、国友・佐藤(2010)などが議論している。

本稿ではこうした GDP などマクロ経済統計をめぐる統計的課題の中でも、直接の関係者を除けばこれまであまり注目されなかったであろうベンチマーク問題について考察する。次節で説明するように、GDP 速報値と GDP 確報値にギャップが生じうる主要な理由の一つがマクロ時系列統計で生じる断層問題とベンチマーク法の利用問題である。政府統計に対する迅速性と正確性と云う異なる要求に対応する現行の政府統計の公表形態からは、断層問題とベンチマーク問題を避けることはできない。ところが日本の政府統計や経済統計関係の文献を(限られた範囲ではあるが)渉猟しても、単なる統計作成上の実務的問題としてとらえているのであろうか、あまり系統的な説明や検討結果があまり見かけない¹。特に実際の多くの時系列データで見られる季節性についてはしばしば全く別個の問題として理解され、実務でもベンチマーク問題と季節調整問題が十分な検討を経ずに別々に処理されているという論点が重要であろう。多くの時系列の季節調整法では原系列に対して何らかの統計的方法で平滑化(smoothing)という操作を行うので、原系列に依存して季節調整系列も変化するのでベンチマーク問題と切り離して考えることはできない。これまでに提案されているベンチマーク法の多くでは原系列レベルの調整、変化率の改定幅の調整をある種の平滑化(smoothing)を施すことで補正するという、統計的方法と解釈できる。そこで、日本において政府統計や経済統計の諸問題に関心のある読者を念頭に、ベンチマークに関わる統計的方法について一般的な説明を行うことも

¹ 少なくとも内閣府で GDP 統計を実務的に作成している関係者に聞いた範囲では IMF マニュアル(2001)、内閣府(2010)における説明以上の情報は得られていないようである。他方、国際的には Dagum & Cholette(2006)などが知られているが本稿の解釈や評価はそれらの文献とはかなり異なることを注意しておく。

意味が無いとは云えないだろう。特に GDP 統計では実務的必要性から古くからベンチマーク法を利用しているので本稿では GDP 統計に関わる幾つかの系列を実例としてベンチマーク問題を説明し、問題の重要性と今後の改善可能性などについて議論する。

本稿の第2節ではベンチマーク問題を簡単な数値例を交えて説明する。次に第3節では GDP 統計に利用されることが多い、比例デントン法、第4節ではチャオ・リン法を説明する。第5節では日本の設備投資系列と出荷系列を例として実際の分析例を議論する。最後に第6節では既存のベンチマーク法についての評価、さらにはベンチマーク問題を巡る今後の課題について説明する。

2. 経済時系列におけるベンチマーク問題

政府が定期的に公表しているマクロ時系列の中でも特に GDP 統計は重要であるが、定期的に公表されている主要な系列としては GDP1 次速報値、GDP2 次速報値、GDP 確報値、などが挙げられる²。GDP 速報は公表時期をできるだけ早くするために、関係する統計調査の中でも観測期間から約1ヶ月程度の遅れを伴い集計される数値、推定値を元にして作成されている。したがって、公表データの速報性はかなり確保できる反面、統計調査のカバレッジが限定されているなど統計数値の収集や計測上から生じる観測誤差 (measurement errors) は無視できないと考えられる。他方、GDP 確報は公表時期はかなり遅れるものの、より正確で大規模な政府統計調査に基づくのであるから、一般的には推計したい真の系列に対して観測上で生じる誤差はより小さくなると考えられる³。ここで GDP 確報の推定においては正確性は高いものの年次系列としてのみしか系列が推計されず、四半期データは得られない系列も少なからず存在する、という問題がある。この場合には「四半期系列としての速報値からの集計された年次系列」と「確報値として推計される年次系列」に差が生じることが一般的であり、これは「経済時系列における断層問題」として知られ

² この他に重要な基準値の改訂問題が挙げられるが、これはより長期的な問題であり本稿では取りあげない。

³ 本稿では政府統計調査の精度に関する様々な論点は議論しないが、GDP 統計を構成する系列の中には年次系列としてしか意味がない系列も少なからず存在すると思われる。政府活動をはじめ細かな産業連関の数値は年次系列しか十分な精度を持たないだろう。

ている。

こうした年次系列としての乖離を考慮しつつ既に得られている四半期系列（補助系列と呼ばれる）より年次系列との整合性を含めて新たに四半期系列を推計する問題はベンチマーク問題 (benchmark problem) と呼ばれている。国際的にはこうした経済時系列の作成上で生じる実務的問題に対処するベンチマーク問題を解決する幾つかの異なる統計的方法が開発されてきている。他方、日本における GDP 推計など政府統計のこれまでの実務ではプロ・ラタ (Pro-Rata) 法と呼ばれている比例配分によるベンチマーク法がしばしば利用されている⁴。このプロ・ラタ法については経済統計家の間では古くから幾つかの問題があることなどが指摘されている。この問題を理解するために IMF マニュアル (2001) に掲載されている数値例を利用して説明しておく。

期間	原系列	原変化率	Pro-rata 値
1998Q1	98.2		
1998Q2	100.8	2.6	2.6
1998Q3	102.2	1.4	1.4
1998Q4	100.8	-1.4	-1.4
1999Q1	99.0	-1.8	+1.5
1999Q2	101.6	2.6	2.6
1999Q3	102.7	1.1	1.1
1999Q4	101.5	-1.2	-1.2
2000Q1	100.5	-1.0	-1.0
2000Q2	103.0	2.5	2.5
2000Q3	103.5	0.5	0.5
2000Q4	101.5	-1.9	-1.9

表 2.1: 段差問題の数値例

⁴ 少なくとも例えば日本の GDP 統計ではこれまで利用されてきている。

この数値例では原系列の四半期データを新たに得られた年次推計値 400.0(1998年), 416.1(1999年)により各年で比例配分により割り振る方法(プロラタ法と呼ばれる)により推計された値を示している⁵。上の数値より明らかであるが 1999年 Q1 の変化率は-1.8 より+1.5 に変化している。これは 1999年の年次推定値が原四半期系列の和よりも大幅に上方修正された結果、「推定値の変化率の改訂」が特定の 1999年 Q1 にしわ寄せされて数値として表れた、と解釈できよう。

このように補助系列の集計値と年次系列が一致しない場合などに特に、比例配分方式で各四半期に年次系列を割り振ると、断層処理による人工的な変化率の変化が生じうる、という問題が生じるのである。実際の時系列の扱いではさらに季節性の処理、季節調整の問題も重要ではあるが、この Pro-Rata 法での問題点を解決すべく、Denton(1971) はデントン法と呼ばれているベンチマーク法を提案している。他方、Chow & Lin (1971, 1976) によりチョウ・リン法と呼ばれている方法を提案している⁶。その後、こうしたデントン法やチョウ・リン法は様々な方向に拡張され、一連のベンチマーク法が政府統計家の間では知られているが、本稿ではそれらの方法をまとめてデントン法、チョウ・リン法と呼ぶことにする。本稿では主要なベンチマーク法について検討するとともに、既存の文献では説明されていないベンチマーク法と四半期系列の季節調整問題との関係も議論する。

3. 比例デントン法

比例デントン法とは四半期分割法の有力な実務的方法として政府統計関連の文献で説明されている⁷。ここで $n(n > 1)$ 年間、季節周期 s 期 ($s > 1$) の場合を検討するが、一般性を失うことなく議論の簡単化のために観測期間を $T = ns$ としておく。特に四半期分割法では $s = 4$, 月次分割の場合には $s = 12$ とすればよい。ここであらかじめ観測値として得られている補助系列 q_t ($t = 1, \dots, T$), 新たに推定された年

⁵ 原四半期系列の和としての年次系列は 402.0(1998年), 404.8(1999年), 408.5(2000年) であるのでやや人工的な数値例である。

⁶ あるいは回帰法 (regression based methods) とも呼ばれているが、これらの用語は統計学的にはあまり適切でないと思われる。

⁷ 例えば IMF (2001), 内閣府 (2010) などを参照。

次系列 A_k ($k = 1, \dots, n$) とすると、比例デントン法とは制約条件

$$(3.1) \quad \sum_{i=1}^s X_{s(k-1)+i} = A_k \quad (k = 1, \dots, n)$$

の下で目的関数

$$(3.2) \quad \text{PD} = \sum_{t=2}^T \left[\frac{X_t}{q_t} - \frac{X_{t-1}}{q_{t-1}} \right]^2$$

の最小化問題の解として定義される。

この問題は二次計画問題の一種であるが、制約が簡単な線形関係で表現されていることから次のように具体的に解を求めることができる。まず $s \times s$ 行列 \mathbf{P}_s を分割し

$$(3.3) \quad \mathbf{P}_s = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 & 1 \\ & \mathbf{I}_{s-1} & & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}'_s \\ \mathbf{J}'_{s-1} \end{bmatrix},$$

次に $T \times T$ 行列

$$(3.4) \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{1}'_s \\ \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{J}'_{s-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \end{bmatrix}.$$

により定義する⁸。推定したい T 次元ベクトル $\mathbf{x} = (X_1, \dots, X_T)'$ に対して線形変換

$$(3.5) \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{P}\mathbf{x}$$

を考えよう。このとき

$$(3.6) \quad \mathbf{P}'^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}'_{(1)} \\ \mathbf{P}'_{(2)} \end{bmatrix},$$

$\mathbf{B} = \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B}^*\mathbf{Q}^{-1}$ ($q_t \neq 0$, $|\mathbf{P}_s| = (-1)^s$ より $|\mathbf{P}| \neq 0$ であるので) としておくと便利である。さらに $T \times T$ 行列 \mathbf{Q} および $(T-1) \times T$ 行列 \mathbf{A} をそれぞれ

$$(3.7) \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & \vdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & q_T \end{bmatrix},$$

⁸ 行列 $\mathbf{A} = (a_{ij})$, $\mathbf{B} = (b_{ij})$ のテンソル積は $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = (a_{ij}\mathbf{B})$ により定める。

$$(3.8) \quad \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

により定め,

$$(3.9) \quad \mathbf{B}^* = \mathbf{\Lambda}'\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 2 & -1 & 0 \\ 0 & \cdots & & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \cdots & & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

とする。このとき評価関数 (3.2) は $PD = \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x}$ と表現できる。

一般に任意の $T \times T$ (非負定符号) 対称行列 \mathbf{B} , $n \times 1$ 定ベクトル $\mathbf{a} = (A_1, \dots, A_n)'$ に対して制約条件 $\mathbf{y}_1 = \mathbf{a}$ の下で二次形式

$$(3.10) \quad \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} \left[\mathbf{P}'^{-1}\mathbf{B}\mathbf{P}^{-1} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} \\ = \mathbf{y}_2'[\mathbf{P}'_{(2)}\mathbf{B}\mathbf{P}_{(2)}]\mathbf{y}_2 + 2\mathbf{y}_2'[\mathbf{P}'_{(2)}\mathbf{B}\mathbf{P}_{(1)}]\mathbf{a} + \mathbf{a}'[\mathbf{P}'_{(1)}\mathbf{B}\mathbf{P}_{(1)}]\mathbf{a}$$

を最小化する解は

$$(3.11) \quad \mathbf{y}_1^* = \mathbf{a}, \quad \mathbf{y}_2^* = -[\mathbf{P}'_{(2)}\mathbf{B}\mathbf{P}_{(2)}]^{-1}[\mathbf{P}'_{(2)}\mathbf{B}\mathbf{P}_{(1)}]\mathbf{a}$$

で与えられる。(ここで行列 $\mathbf{\Lambda}$ の階数 $T-1$, 行列 $\mathbf{P}_{(2)}$ の階数 $n(s-1) = T-n$, 行列 $\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}_{(2)}$ の階数 $T-n$ より $|\mathbf{P}'_{(2)}\mathbf{B}\mathbf{P}_{(1)}| \neq 0$ となる。) したがって, \mathbf{x} の解は

$$\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^* \\ \mathbf{x}_2^* \end{bmatrix} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{y}^* = [\mathbf{P}_{(1)}, \mathbf{P}_{(2)}]\mathbf{y}^*$$

である。ここで逆行列 $\mathbf{P}^{-1} = [\mathbf{P}_{(1)}, \mathbf{P}_{(2)}]$ ($|\mathbf{P}| \neq 0$) は次の補題を利用するとここで
の逆行列の分割行列は明示的に求まり、上の解は

$$(3.12) \quad \mathbf{x}^* = [\mathbf{I}_n - \mathbf{P}_{(2)}(\mathbf{P}'_{(2)}\mathbf{B}\mathbf{P}_{(2)})^{-1}\mathbf{P}'_{(2)}\mathbf{B}] \mathbf{P}_{(1)}\mathbf{a}$$

と表現できる。

補題 1 :

(i) $T \times T$ 行列

$$(3.13) \quad \mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 2 & -1 & 0 \\ 0 & \cdots & & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \cdots & & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

の固有値は $4 \sin^2[\pi s/(2T)]$ ($s = 0, 1, \dots, T-1$) で与えられる。

(ii) $T \times T$ 行列 $\mathbf{P}(T = sn)$ の逆行列 $\mathbf{P}^{-1} = [\mathbf{P}_{(1)}, \mathbf{P}_{(2)}]$ は

$$(3.14) \quad \mathbf{P}^{-1} = [\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{e}_s, \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{J}_{s-1}^*]$$

で与えられる。ただし、 $s \times (s-1)$ 行列

$$\mathbf{J}_{s-1}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{s-1} \\ -\mathbf{1}'_{s-1} \end{bmatrix},$$

$\mathbf{e}_s = (0, \dots, 0, 1)'$ は $s \times 1$ ベクトル、 $\mathbf{1}_{s-1} = (1, \dots, 1)'$ は $(s-1) \times 1$ ベクトルを利用した。

(証明) : (i) $T \times T$ 行列 \mathbf{A}_T

$$\mathbf{A}_T = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & & 1 & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

とすると

$$(3.15) \quad \mathbf{B}^* = 2\mathbf{I}_T - 2\mathbf{A}_T$$

と表現できる。そこで Anderson (1971) の Theorem 6.6.5 (Page 288) を用いると⁹ 行列 \mathbf{A}_T の固有値は $\cos(\pi s/T)$ ($s = 0, \dots, T-1$) で与えられる。このことから行列 \mathbf{B}^* の固有値は $2 - 2\cos(\pi s/T) = 4\sin^2[\pi s/(2T)]$ ($s = 0, \dots, T-1$) で与えられる。

(ii) 逆行列の表現は逆行列の条件 $\mathbf{P}\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{I}_T$ より示せる。 **Q.E.D.**

目的関数が (3.2) の場合には行列 $\mathbf{P}'_{(2)}\mathbf{B}\mathbf{P}_{(2)}$ の固有値の評価 (例えば (3.2) のとき行列 \mathbf{B}^* の階数は補題 1 より $T-1$ となる) より次の結果が得られる。

定理 1: $s > 1, n > 1, T = sn, q_t \neq 0$ ($t = 1, \dots, T$) とする。制約条件 (3.1) の下で目的関数 (3.2) を最小化する解は一意であり (3.11) および (3.12) で与えられる。

注意 1:

(i) この問題はより一般的な評価関数について拡張可能である。評価関数の選択についての基準の検討が望まれる。比例デントン基準 PD は $X_t/q_t = c$ (一定) のときにゼロになるので直観的な妥当性がある。

(ii) 目的関数はすべてのデータについての二乗和になっているが、例えば加重二乗和を最小化することもできる。特に直近のデータのベンチマークを行う場合には有力であるが、その場合は項数を選択する必要がある¹⁰。

(iii) 特に条件 $q_t > 0$ ($t = 1, \dots, T$) は必要なさそうである。実務的には $q_t > 0$ のとき、非負解 $X_t \geq 0$ ($t = 1, \dots, T$)

$$(3.16) \quad [\mathbf{I}_n - \mathbf{P}_{(2)}(\mathbf{P}'_{(2)}\mathbf{B}\mathbf{P}_{(2)})^{-1}\mathbf{P}'_{(2)}\mathbf{B}] \mathbf{P}_{(1)}\mathbf{a} \geq \mathbf{0}$$

となる簡単な条件は有用であろう¹¹。二次計画問題に対する非負解の数値的な探索は内点法の問題となる可能性がある。

⁹ 固有ベクトルが満たすべき 2 次差分方程式よりこの場合には固有値を具体的に求めることができる。

¹⁰ なお Denton 法における評価関数 (3.2) は経験的な適切性が議論されているものの、唯一な評価関数ではない。例えば IMF(2001), Dagun & Chalotte (2006) は様々な可能性について言及している。

¹¹ 例えば内閣府 (2010) などが議論している。

4. チャオ・リン法とその拡張

ベンチマーク問題について Chow & Lin (1971, 1976) は線形回帰モデルを利用する解法を提案している。彼らのアイデアは問題を誤差項が定常確率過程にしたがう線形回帰モデルと見なし、被説明変数の予測問題に対する最適解としてベンチマーク解を導くというアプローチである¹²。補助系列より推定したい系列を $T \times 1$ ベクトル $\mathbf{x} = (X_1, \dots, X_T)$, k 個の補助系列を並べた $T \times k$ 行列を $\mathbf{Z} = (z_{ij})$ ($i = 1, \dots, T; j = 1, \dots, k$) とする。係数ベクトル $\boldsymbol{\beta}$ にたいして、ベクトル

$$(4.1) \quad \mathbf{x} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{u} = (u_i)$$

を確率変数列として、その期待値ベクトルと共分散行列を

$$(4.2) \quad \mathcal{E}[\mathbf{u}] = \mathbf{0}, \quad \mathcal{E}[\mathbf{u}\mathbf{u}'] = \boldsymbol{\Sigma}$$

と表現しよう。統計モデルとしては被説明変数ベクトルは観測不能な状態変数 (unobservable state) であるから、退化した観測変数行列 \mathbf{Z} , 退化した観測ベクトル \mathbf{a} に対する状態変数モデル (state space model)

$$(4.3) \quad \mathbf{x} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}, \quad \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{a}$$

における状態変数ベクトル \mathbf{x} の推定問題として解釈すべきであろう。

ここで確率ベクトル \mathbf{u} の分散・共分散行列の逆行列が存在すると仮定しよう。このとき $\mathbf{W} = \boldsymbol{\Sigma}^{-1}$ と置くと確率ベクトル \mathbf{x} の (補助系列 \mathbf{Z} による) 予測誤差を最小にする問題は

$$(4.4) \quad \text{Min } [\mathbf{x} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta}]' \mathbf{W} [\mathbf{x} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta}] \quad \text{s.t. } \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{a}$$

と定式化できよう。ここでただし、年次系列と原四半期系列との整合性を表現する制約条件に表れる \mathbf{C} は $n \times T$ 定行列、 \mathbf{a} は $n \times 1$ 定ベクトルである。ラグランジュ乗数ベクトル $\boldsymbol{\lambda}$ を利用してラグランジュ形式を

$$(4.5) \quad L = \frac{1}{2} [\mathbf{x} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta}]' \mathbf{W} [\mathbf{x} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta}] - \boldsymbol{\lambda}' [\mathbf{C}\mathbf{x} - \mathbf{a}]$$

¹² ただしベンチマーク問題では被説明変数は観測されず観測不能な状態変数であるから、状態変数として定式化すべきと思われるが、この問題は本稿では議論しない。

としてとすると、次のようにまとめることができる。証明は通常の条件付最小化問題であるので省略する。

定理 2 : $s > 1, n > 1, T = sn, q_t \neq 0 (t = 1, \dots, T)$ とする。制約条件付最小化問題 (4.3) の解は次の式で与えられる。

$$(4.6) \quad \hat{\beta} = [\mathbf{Z}'\mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{C}\mathbf{Z}]^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{a},$$

$$(4.7) \quad \hat{\lambda} = (\mathbf{C}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{C}')^{-1}[\mathbf{a} - \mathbf{C}\mathbf{Z}\hat{\beta}],$$

とすると

$$(4.8) \quad \mathbf{x} = \mathbf{Z}\hat{\beta} + \mathbf{W}^{-1}\mathbf{C}'\hat{\lambda}$$

で与えられる。

ここでは二つの例のみを挙げておく。

例 4.1 : $k = 1, \mathbf{W} = \mathbf{I}_T, \mathbf{Z} = \mathbf{z}$ と置こう。このとき単純な行列の計算からベンチマーク法の解 (4.5)~(4.7) は

$$(4.9) \quad \hat{\beta} = \frac{\mathbf{z}'\mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{C}')^{-1}}{\mathbf{z}'\mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{C}\mathbf{z}}\mathbf{a},$$

$$(4.10) \quad \hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{I}_T - \mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{C}]\frac{\mathbf{z}\mathbf{z}'\mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{C}')^{-1}}{\mathbf{z}'\mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{C}\mathbf{z}}\mathbf{a} + \mathbf{C}'(\mathbf{C}\mathbf{C}')^{-1}\mathbf{a}$$

で与えられる。この解を要素毎に解いてみると Pro-rata 解にかなり類似していることは興味深い。

例 4.2 : 特に確率ベクトル $\mathbf{u} = (u_i)$ が定常的な AR(1) 過程にしたがうと仮定したベンチマーク・モデルに対して Chow & Lin (1971, 1976) が提案した方法がチャオ・リン法である。ここで確率過程 $u_i = \rho_1 u_{i-1} + v_i (v_i \text{ はホワイトノイズ})$ とするとき自

己共分散関数の逆行列は

$$(4.11) \quad \mathbf{W} = \mathbf{R}'_1 \mathbf{R}_1 = \frac{1}{\sigma^2} \begin{bmatrix} 1 & -\rho_1 & 0 & \cdots & & 0 \\ -\rho_1 & 1 + \rho_1^2 & -\rho_1 & \cdots & & 0 \\ 0 & -\rho_1 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 + \rho_1^2 & -\rho_1 & 0 \\ 0 & \cdots & & -\rho_1 & 1 + \rho_1^2 & -\rho_1 \\ 0 & \cdots & & 0 & -\rho_1 & 1 \end{bmatrix}$$

と表現される。ここで σ^2 は誤差の分散, ρ_1 は 1 次自己相関係数であり

$$(4.12) \quad \mathbf{R}_1 = \frac{1}{\sigma^2} \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \rho_1^2} & 0 & 0 & \cdots & & 0 \\ -\rho_1 & 1 & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & -\rho_1 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & & -\rho_1 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & & 0 & -\rho_1 & 1 \end{bmatrix}$$

と表現される。

注意 2 :

なお、ここで説明した Chow-Lin 法は誤差項の過程の妥当性を仮定できればある種の最適性があるが、実際にはウエイト関数 \mathbf{W} を決める必要がある¹³。Chow-Lin 法では AR(1) モデルを仮定しているので ρ_1 をデータから推定することが考えられる。同様に観測誤差項に時系列モデルが仮定が正しく、かつ正しい値が推定できれば様々な適切なベンチマーク解が得られる、と考えられる。

5. ベンチマーク法の適用例

実際に観測される経済時系列は通常はこれまで主な文献で利用しているベンチマークの統計モデルが仮定している状況よりも遙かに複雑な確率構造をしていると考えられる。第一にこれまで考えられているベンチマーク・モデルでは適用する時

¹³ したがって、より正確に言えば原論文が主張しているような最適性はない。

系列データには季節性は考えられていない。第二にはチャオ・リン法に置いては特定の確率過程の定常性があらかじめ仮定されている場合もあるが、この場合には近年の経済時系列論の展開からはトレンド成分と循環成分のとらえ方に疑問が生じる。

ここで時刻 t において観察される時系列 X_t が乗法成分モデル

$$(5.1) \quad X_t = TC_t \times S_t \times I_t \quad (t = 1, \dots, T)$$

にしたがう状況を考察しよう¹⁴。ここで政府統計の実務ではベンチマーク操作を行った系列に対して、トレンド成分 T_t と循環成分 C_t を区別せずに $TC_t = T_t \times C_t$ とする季節調整モデルを仮定して季節調整を行うことが通例であることに言及しておく。こうした操作を行うときにベンチマーク操作における季節調整操作の影響を調べる必要がある。補助時系列 q_t について加法成分モデル

$$(5.2) \quad q_t = TC_t^{(q)} \times S_t^{(q)} \times I_t^{(q)} \quad (t = 1, \dots, T)$$

を仮定して分析する必要がある。

例えばあらかじめ季節調整した補助系列を利用すれば、季節調整済みベンチマーク系列が直接に求められる。ベンチマークを行う主要な要件として季節調整済み前期比の安定性が挙げられるとすると、ベンチマーク操作と季節調整系列の関係を検討する必要がある。

日本の設備投資系列と出荷系列の例

日本の設備投資系列と出荷系列の原系列を実例として、年次系列から補助系列としての四半期系列を参照しつつ、四半期データを生成する諸手法を適用して比較した。ここで取り上げる方法は、Denton (1971), Chow & Lin (1971), Fernandez (1981), Litterman (1983) である。Chow-Lin, Fernandez, Litterman の違いは、分配後の誤差系列にどのような時系列構造を仮定するかの違いである。Chow-Lin は AR(1)、Fernandez は 1 次のランダムウォーク、Litterman は ARIMA(1,1,0) である¹⁵。

数値分析の結果は補論の幾つかの図としてまとめておいたが、今回に行ったデータ分析からは次のようなことがわかった。

¹⁴ 伝統的な季節調整モデルでは乗法モデルが標準的であった。この場合には不規則変動要素は非負の確率変数として定式化されることなどに注意する必要がある。

¹⁵ 例えば Di Fonzo (2003, pp. 3-6) を参照せよ。

(i) 設備投資に関してはどの手法を採用しても結果に大きな違いがない。ただ、ベンチマーク系列と補助系列の比を観察すると、Denton 法は滑らかな動きであり、Chow-Lin 法、Fernandez 法、Litterman 法はやや変動が大きい。Chow-Lin モデルの自己回帰パラメータ推定値は $\hat{\rho} = 0.99$ 、Litterman モデルでの自己回帰パラメータ推定値は $\hat{\rho} = 1.00$ であった。従って、Chow-Lin 法、Fernandez 法が図で殆ど重なっていることは納得がいくが、なぜ Litterman 法までもが同じ軌跡辿るのか、すぐには理解が難しいように思われる。2 階差モデルなのだが、イノベーションの分散が非常に小さいことからであろう。

(ii) ベンチマークを行う際、参照する系列に季節性が含まれていれば、必然的にベンチマーク系列も季節性を反映する。前期比伸び率を計算したい場合など、足下の動向・変化を把握したいとなれば、ベンチマーク系列を季節調整することになる。一方、参照系列を季節調整してしまい、季調済系列に対してベンチマークをとる方法も考えられる。この方法は、季調済系列だけではなくベンチマーク原系列とも言うべき系列も公表しなければならない場合には問題であるが、季節調整をベンチマーク処理の前後に行うときの得られるベンチマーク値の結果を比較しておくことには一定の意義があろう。

今回取り上げた時系列の中では、出荷系列には明瞭な季節成分は含まれないことから、以下設備投資系列だけを取り上げる¹⁶。参照系列の季節調整は、対数加法型でトレンド 2 階差分の標準季節調整モデルが支持されたので、これにより行った。季調済参照系列に対し、ベンチマーク法をさまざまに変えて結果を比較した。レベル(上段)で観察すると、どの方法も結果が重なっているように見えるが、変化率(中段)で見ると総じて Pro Rata 法の結果で変動が大きいことが観察される(同様のベンチマークとインデックス(参照系列)の比率を参照)。

次に関心のあることは、先に季節調整をした場合(SA-BM)と、ベンチマーク後に季節調整した場合(BM-SA)とでどのような違いが生じるかを、比較することである。性急な一般化は避けなければならないが、Chow-Lin 法や Pro-Rata 法に比べると、Denton 法は季節調整に関して頑健であるという印象を与える。

原四半期のベンチマーク値の季節調整値と季節調整値のベンチマーク値を比較す

¹⁶ DECOMP でモデル選択すると、季節成分を含む分解は、含まない分解より大きな AIC を与えるので、季節モデルは支持されない。

ると、前者の方が若干ではあるがより安定する結果が得られた。季節調整法を一種の平滑化と理解すると当然な結果と解釈できる。設備投資系列についてはその差は小さい。

(iii) 出荷(石油製品)に関しては、4手法で類似の結果を出しているが、Pro-Rata法だけが2008年第1四半期で方向が違う。Chow-Linモデルの自己回帰パラメータ推定値は $\hat{\rho} = 1.42$ 、Littermanモデルでの自己回帰パラメータ推定値は $\hat{\rho} = 1.33$ であった¹⁷。発散型の時系列モデルが推定されており、解釈が難しい。

(iv) 出荷(石炭製品)に関しては、Chow-Lin法は推定がうまくいっていない。Chow-Linモデルの自己回帰パラメータ推定値は $\hat{\rho} = -3$ であり、激しく上下に振幅しながら発散していることは、この推定値に起因している。2007年第4四半期で値が負になってしまい、伸び率の定義に支障が生じている。Littermanモデルでの自己回帰パラメータ推定値は $\hat{\rho} = -1.01$ であった。

(v) ベンチマーク系列と補助系列(インデックス)との比率を、出荷(石油製品)および出荷(石炭製品)で示した図からは、両者とも、Pro-Rata法を滑らかに縫っているのはDenton法である。

デントン法の再考

ここでデントン法について若干の考察を加えておく。(5.1)と(5.2)より

$$(5.3) \quad \frac{X_t}{q_t} - \frac{X_{t-1}}{q_{t-1}} = \frac{TC_t \times S_t \times I_t}{TC_t^{(q)} \times S_t^{(q)} \times I_t^{(q)}} - \frac{TC_{t-1} \times S_{t-1} \times I_{t-1}}{TC_{t-1}^{(q)} \times S_{t-1}^{(q)} \times I_{t-1}^{(q)}}$$

である。したがって、例えば季節成分比 $S_t/S_t^{(q)} = (\text{一定値})$ 、不規則変動成分比 $I_t/I_t^{(q)} = (\text{微小})$ が相対的に小さいと見なして

$$\frac{X_t}{q_t} - \frac{X_{t-1}}{q_{t-1}} \sim \frac{TC_t}{TC_t^{(q)}} - \frac{TC_{t-1}}{TC_{t-1}^{(q)}}$$

と近似してみよう。ここでさらにベンチマーク系列と原系列のトレンド・循環成分の変化率を $r_t^{TC} = (TC_t - TC_{t-1})/TC_{t-1}$ 、 $r_t^{TC,q} = (TC_t^{(q)} - TC_{t-1}^{(q)})/TC_{t-1}^{(q)}$ と置けば、

¹⁷ ソフトウェアの説明によると最尤法を利用していることになっている。しかしながら推定値が非定常領域の境界や発散領域に入っているという問題が発生している。Ratsは計量経済学では比較的良好に知られたソフトウェアであるがより詳細に原因を調べる必要がある。

簡単な計算よりデントン法の評価基準は

$$(5.4) \quad PD^* = \sum_{t=2}^T \left(\frac{TC_{t-1}}{TC_{t-1}^{(q)}} \right)^2 \left[r_t^{TC} - r_t^{TC,q} \right]^2$$

とほぼ同等であることがわかる。

この評価基準ではウェイト関数 $w_t = TC_{t-1}/TC_{t-1}^{(q)}$ が大きければ、すなわち原四半期系列とベンチマーク系列のトレンド・循環成分がかなり乖離していると、より大きなペナルティがかかることを意味する。したがって、デントン法による最小化の解は「推定されるトレンド・循環成分の変化率」の誤差に関するある種の最小化問題と解釈できる。四半期 GDP 統計では直近の変化率に主要な関心が持たれることが少なくないので、こうしたデントン法の解釈は意味があろう。これに対してチャオ・リン法について類似の解釈を施すことが困難であるように思われる。

なお、実際にデントン法を適用するにはベンチマーク期間 T の選択も重要である。 T を大きくとれば結果は安定するが、既存の公表時系列との整合性、すなわち時系列の接続問題が生じる。他方、 T をあまりに小さくとると直近の推定値が大きく変化することが予想できるので今後の検討課題としては重要であろう。

6. 結論と展望

本稿では GDP 統計などで利用されている統計的ベンチマーク法について、主な方法を議論し日本の GDP 統計に関わる時系列を利用して基本的方法と問題点を具体的に説明した。

第一に日本の GDP 統計の作成でこれまで利用されているプロ・ラタ法によるベンチマーク値の作成については速報系列の年集計値と確報系列の作成時に推定される年次系列との差が小さくない場合には段差問題が生じている可能性がある。従来に利用されていた方法では例えば第 1 四半期の変化率の推定値などにベンチマークの効果がしわ寄せされる可能性が高かった、ことも伺われる¹⁸。

第二にはプロ・ラタ法に代わる統計的ベンチマーク法としては大きくデントン法とチャオ・リン法が提案されている。チャオ・リン法は回帰分析の考え方の延長線上

¹⁸ 従来の GDP 推計法については内閣府 (2006) が基本的文献である。ベンチマーク問題をめぐる論点についてはこれまで直観的な議論がなされていたようであるが、2010 年度に内閣府で行われた GDP 確報値の見直し作業で改善された可能性が高い。

にあるので regression-based-methods と呼ばれることも多いが、ベンチマーク問題を回帰分析の枠組みに還元しようとする、幾つかの問題が生じる。例えば被説明変数が観測されないので線形最適予測量 (best unbiased predictor) の意味を再考する必要がある。またより重要な問題は確率ベクトルに対して定常な確率過程を仮定して推定すると、明らかに矛盾が生じる経済時系列が少なくない。こうした比較の意味では、デントン法のベンチマーク値の方がより頑健な推定値 (*robust estimate*) を与えてくれると経験的には云えよう。

第三には既存のベンチマーク法では実際に観察される時系列におけるトレンド項や季節性の変動パターンを組み込んだ考察はあまりなされていないようである。デントン法やチャオ・リン法などのベンチマーク法では原系列レベルの調整、変化率の改定幅の調整をある種の平滑化 (smoothing) を施すことで補正するという、統計的方法と解釈できる。我々が行った限定的な実験によれば、原系列のベンチマーク値に季節調整を行う方が原系列の季節調整値にベンチマーク値を求めるよりも数値的には平滑化されるという暫定的な結果が得られた。

なお、政府統計の実務では X-12-ARIMA プログラム¹⁹ が用いられているが季節 ARIMA モデルや変化点の選択の問題が生じるのでこうした処理の影響などについてもさらに検討する必要がある。

ここで、本稿では十分に議論できなかつたマクロ経済統計を巡る幾つかの重要な問題についても言及しておこう。

第一に原系列より前期比を推計したり、トレンド成分や循環成分を推定するには季節調整法の利用が不可欠である。X-12-ARIMA など現在用いられている方法は移動平均を利用して一種の平滑化 (smoothing) の方法であることが知られているが、こうした方法では例えば大きな変動が観察されると、その影響がかなり長い期間に続くことが知られている。したがって、近年の日本のマクロ時系列の変動をある種の構造変化ととらえると、そうした変動をも考慮した季節調整法とベンチマーク法の関係を検討する必要がある。

第二に本稿で説明したプロ・ラタ法、デントン法、チョウ・リン法など既存のベンチマーク法はいずれもある種の規準で状態の推定誤差を小さくする統計的方法と

¹⁹ X-12-ARIMA プログラムについては国友 (2004, 2006), 季節調整を巡る問題については高岡・国友 (2010) などを参照されたい。

解釈される。これまでの実務的運用ではどのような規準を採用しているか明確でないように判断できるので、こうした問題をより透明化する必要がある。また個別の系列を個別にベンチマーク法を適用するということは実務的にはもっともではあるが、全体的な整合性があるか否か、より統合的なアプローチを開発する必要性もあろう。

なお、最後になるが本質的に不確定な量を推定する場合には得られた数値の不確実性は信頼区間で表現することが統計的方法としては標準的である。日本を含めて政府統計という場面ではこれまでこうした統計的評価法を重視していないが、重要な検討課題であろう。本来的に確定的に推定できない量をあたかも確定値として処理しようとする、しばしば問題が生じてしまうのは古くから統計学が教えるところである。ベンチマーク問題に関連しては、観測されるマクロ時系列に対して現実的な統計モデルを仮定できれば、1次・2次速報値系列、確定系列として推定された状態の信頼性を評価することも可能となるので、この問題も将来の重要な検討課題の一つとなろう。

文献

- [1] Anderson, T.W. (1971), *The Statistical Analysis of Time Series*, John-Wiley.
- [2] Chow, G.C. and A. L. Lin (1971), "Best linear unbiased interpolation, distribution and extrapolation of time series by related series," *The Review of Economics and Statistics*, 53, 372-375.
- [3] Chow, G.C. and A. L. Lin (1971), "Best linear unbiased estimation of missing observations in an economic time series," *Journal of American Statistical Association*, 71, 719-721.
- [4] Denton, F. (1971), "Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals : An Approach Based on Quadratic Minimization," *Journal of the American Statistical Association*, 66, 99-102.
- [5] Dagum, E.B. and P.A. Cholette (2006), *Benchmarking, Temporal Distributions*,

and Reconciliation Methods for Time Series, Lecture Notes in Statistics, Springer.

[6] Di Fonzo, T. (2003), Temporal disaggregation of economic time series: toward a dynamic extension, Working Paper, European Commission.

[7] Fernandez R.B. (1981), A methodological note on the estimation of time series, *The Review of Economics and Statistics*, 63: 471-478.

[8] Litterman R.B. (1983), A random walk, Markov model for the distribution of time series, *Journal of Business and Economic Statistics*, 1: 169-173.

[9] 内閣府・国民経済計算部 (2006) 「四半期別 GDP 速報の推計方法」, (平成 18 年 7 月改定, http://www.ersi.cao.go.jp/jp/sna/qe_manu/060712/suikeiho-kaitei.html/).

[10] 内閣府・国民経済計算部・調査企画課 (2010) 「比例デントン法の導入に関する検討について」 (検討メモ), (平成 22 年 10 月)。

[11] 北川源四郎 (2005) 「時系列解析入門」, 岩波書店。

[12] IMF Quarterly GDP Estimation Manual (2001), International Monetary Fund (Home Page).

[13] 国友直人編 (2004) 「解説 X-12-ARIMA(2002)」, CIRJE-R-1(研究報告), 東京大学日本経済国際共同研究センター (CIRJE)。

[14] 国友直人 (2006) 「季節調整法 X-12-ARIMA と日本の官庁統計」, CIRJE-R-5(研究報告), 東京大学日本経済国際共同研究センター (CIRJE)。

[15] 国友直人・佐藤整尚 (2010) 「GDP 速報の推定法の改善について」, 内閣府経済社会総合研究所, Discussion Paper No.249 (http://www.ersi.go.jp/jp/archive/e_dis/e_discus.html/), 経済学論集 (東京大学経済学部, 近刊)。

[16] 高岡慎・国友直人 (2010) 「最近のマクロ経済変動と季節調整 (貿易統計を題材に)」, 経済学論集 (東京大学経済学部) 76-1, 56-74。

[15] 佐藤整尚・国友直人 (2010) 「景気判断と平滑化問題 (GDP 公表値を巡って)」, 経済学論集 (東京大学経済学部), 76-2, 72-87。

付録：幾つかの図

(図への補足)：実際のベンチマークの数値計算は RATS version 7.0 で書かれているプロシジャを利用して実行した。また季節調整の処理については Decomp プログラムを利用したが、Decomp についての説明は北川 (2005) を参照されたい。Decomp プログラムにおける計測モデルとしては、Decomp(2,0,4) を利用した。なお Decomp(t,c,s) の t はトレンド階差の次数、 c は循環 AR 項の次数、 s は 1 年間の周期を表す。季節調整の実務ではしばしばトレンド成分と循環成分を区別しないので $c = 0$ とした。

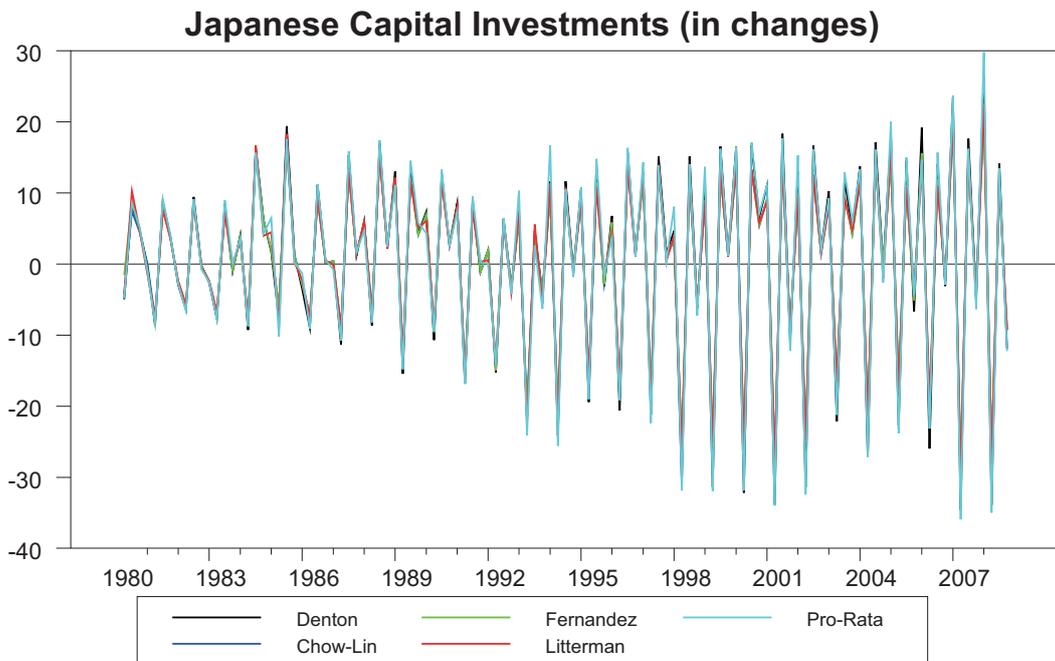
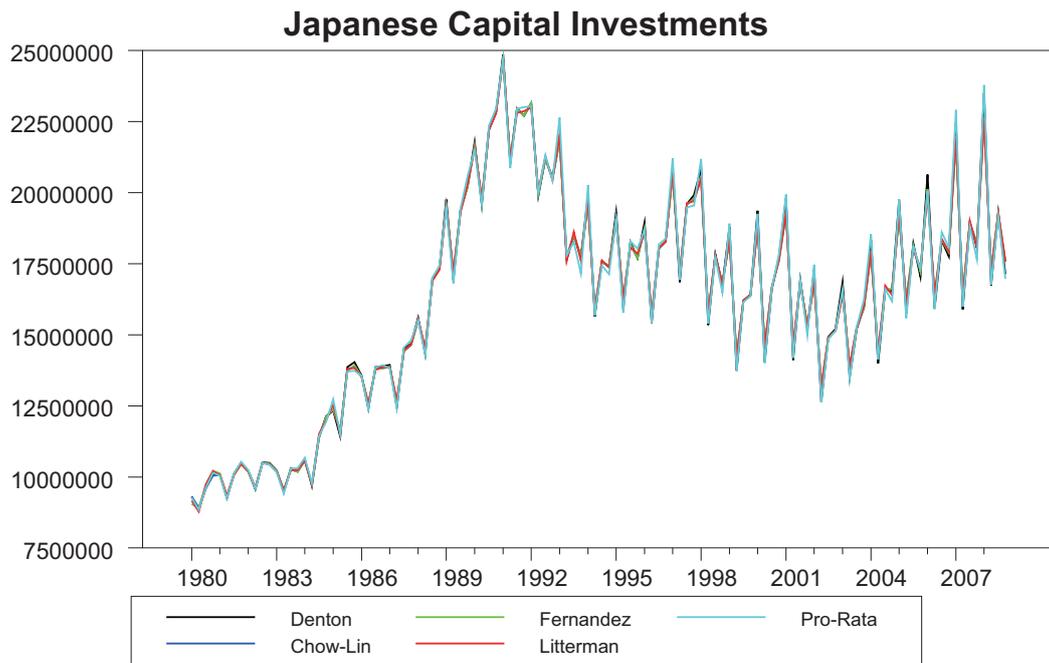


図 1: 設備投資のベンチマーキング。上段はレベル、下段は前期比伸び率 (%)。

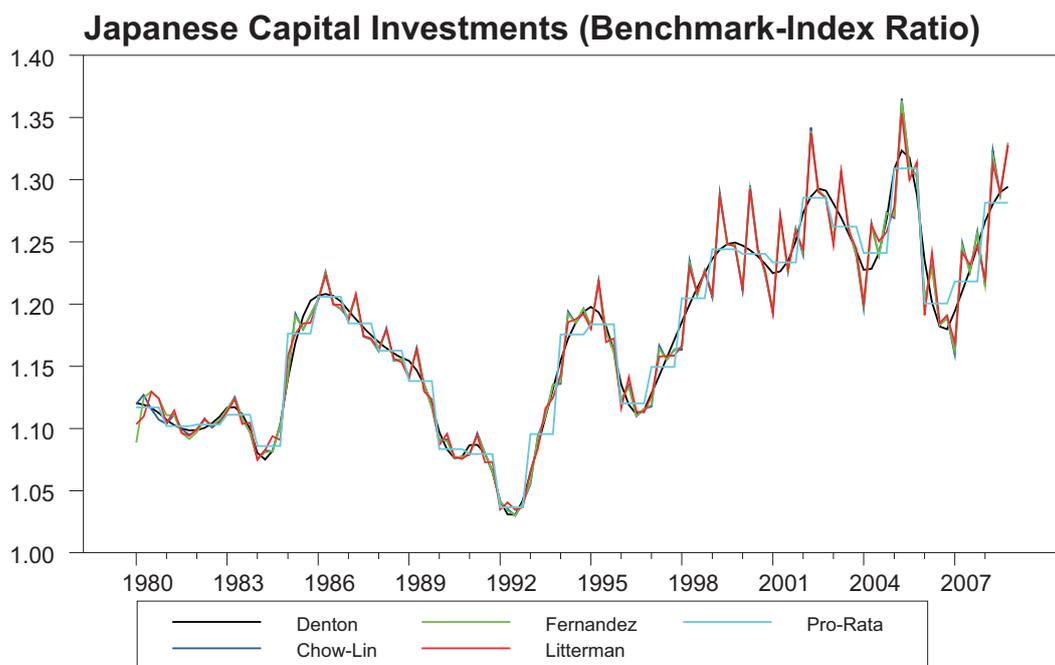


図 2: 設備投資でのベンチマーク系列と補助 (インデックス) 系列との値の比。

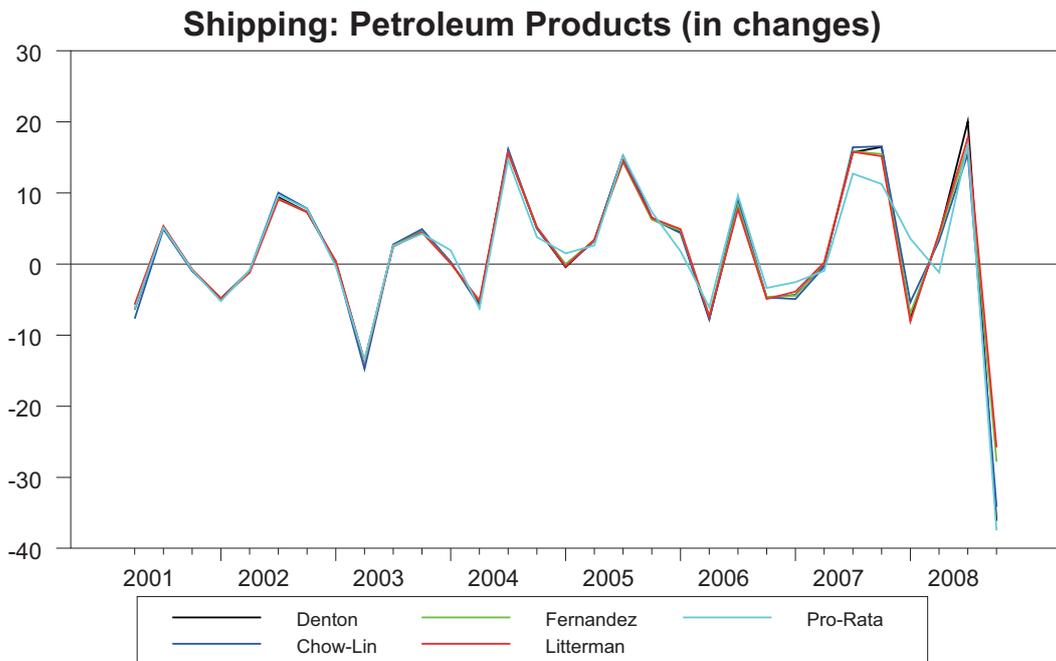
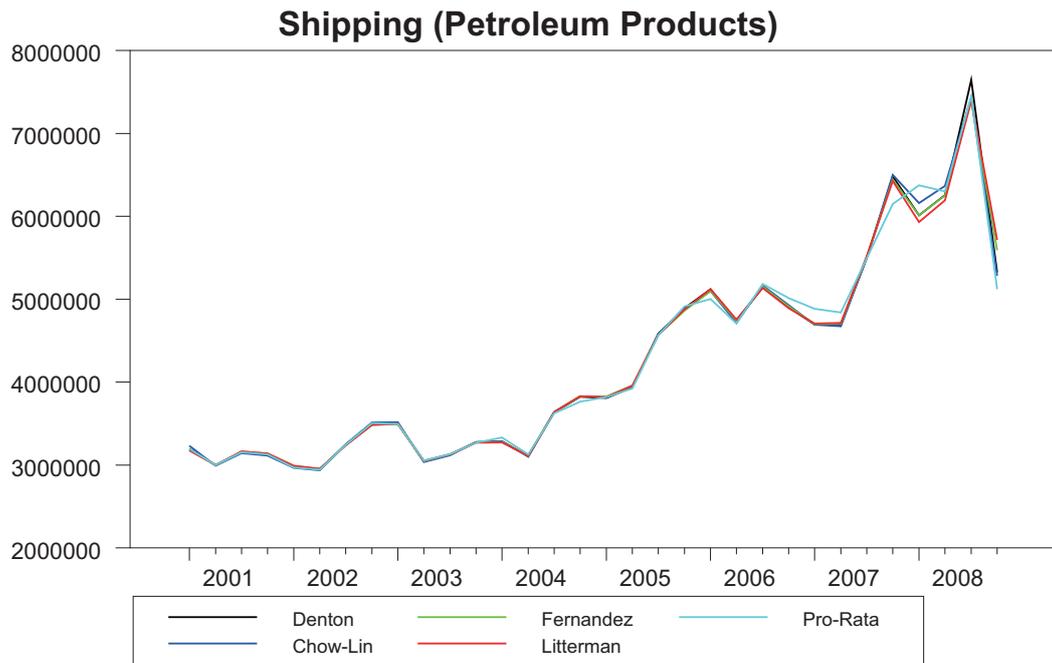


図 3: 出荷 (石油製品) のベンチマーキング。上段はレベル、下段は前期比伸び率 (%)。

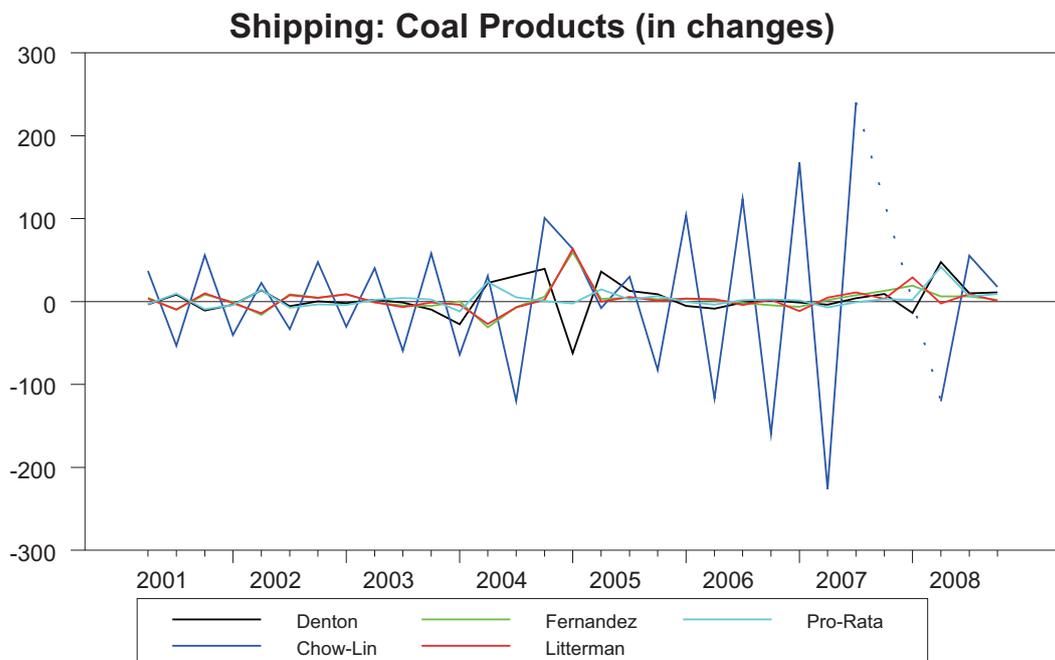
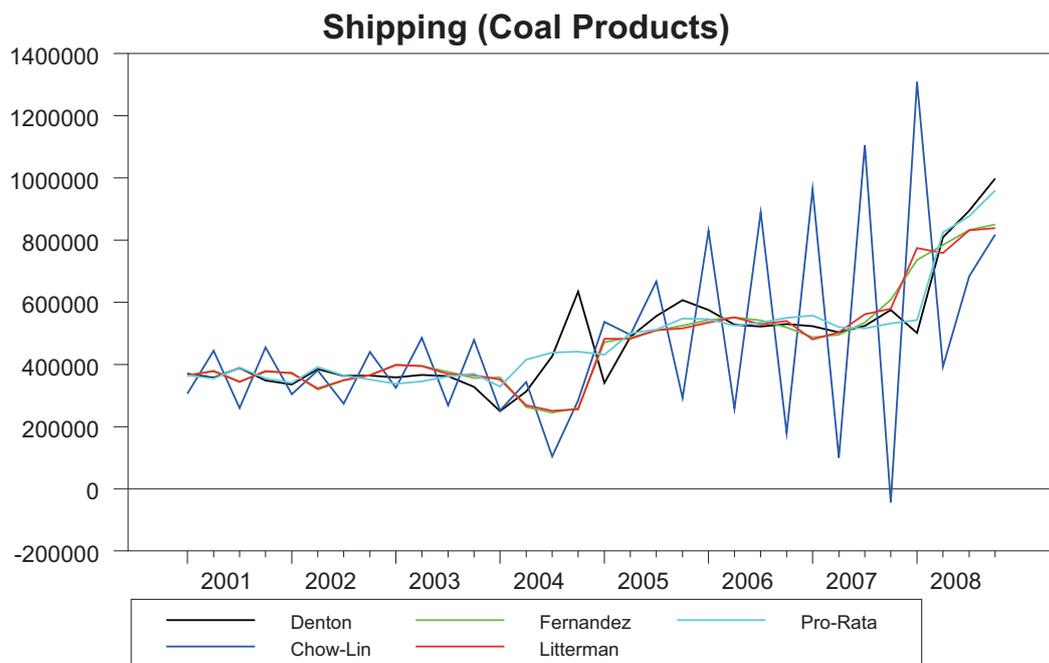


図 4: 出荷 (石炭製品) のベンチマーキング。上段はレベル、下段は前期比伸び率(%)。

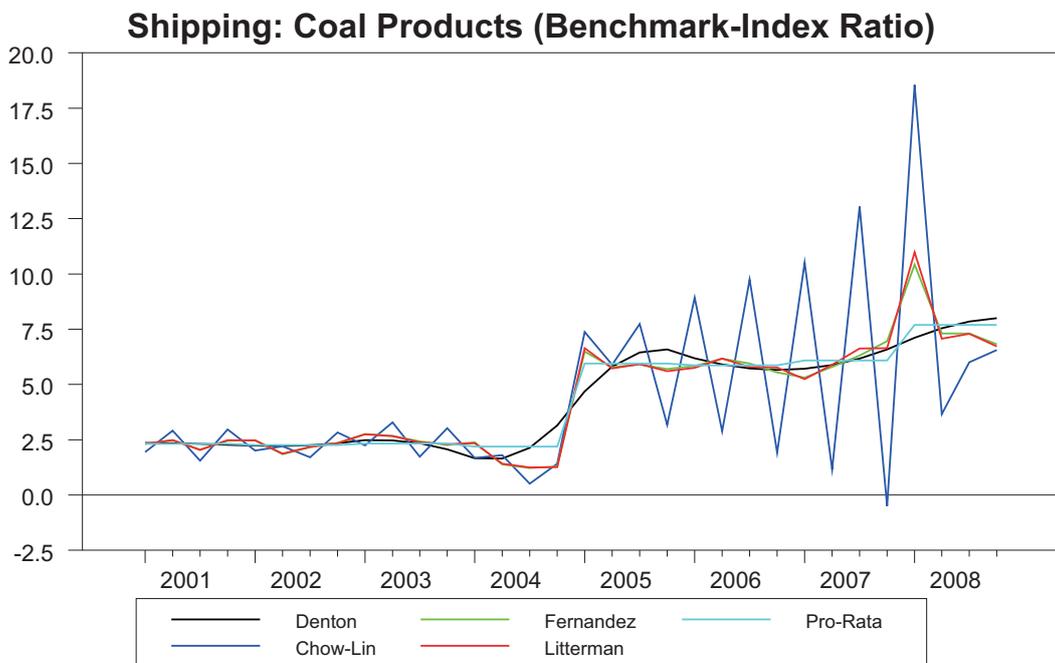
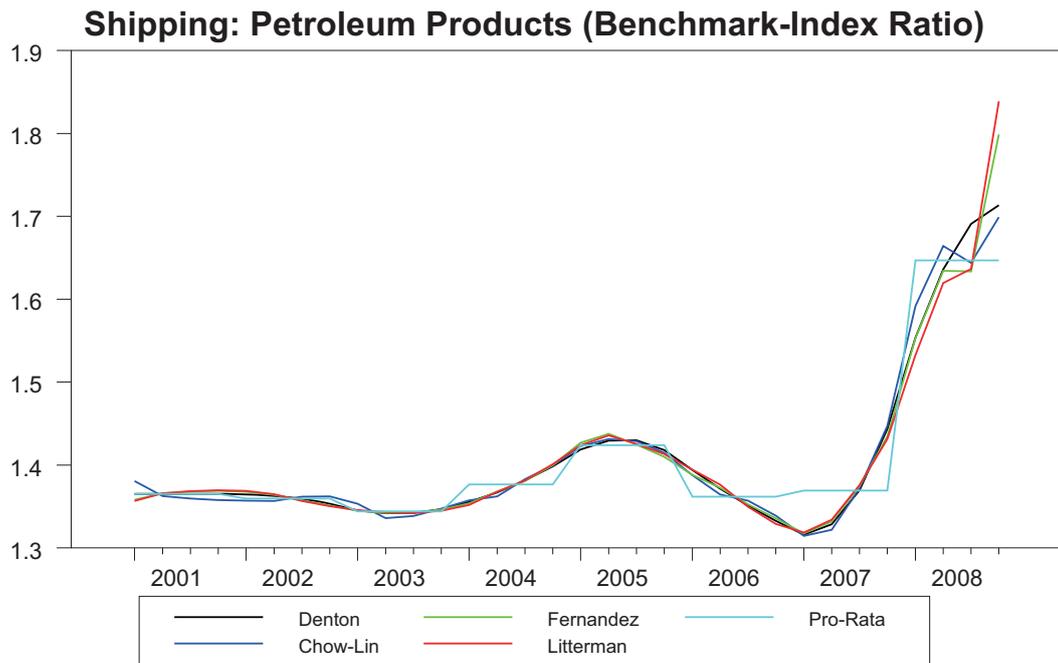


図 5: ベンチマーク系列と補助 (インデックス) 系列との値の比。上段は石油製品、下段は石炭製品。

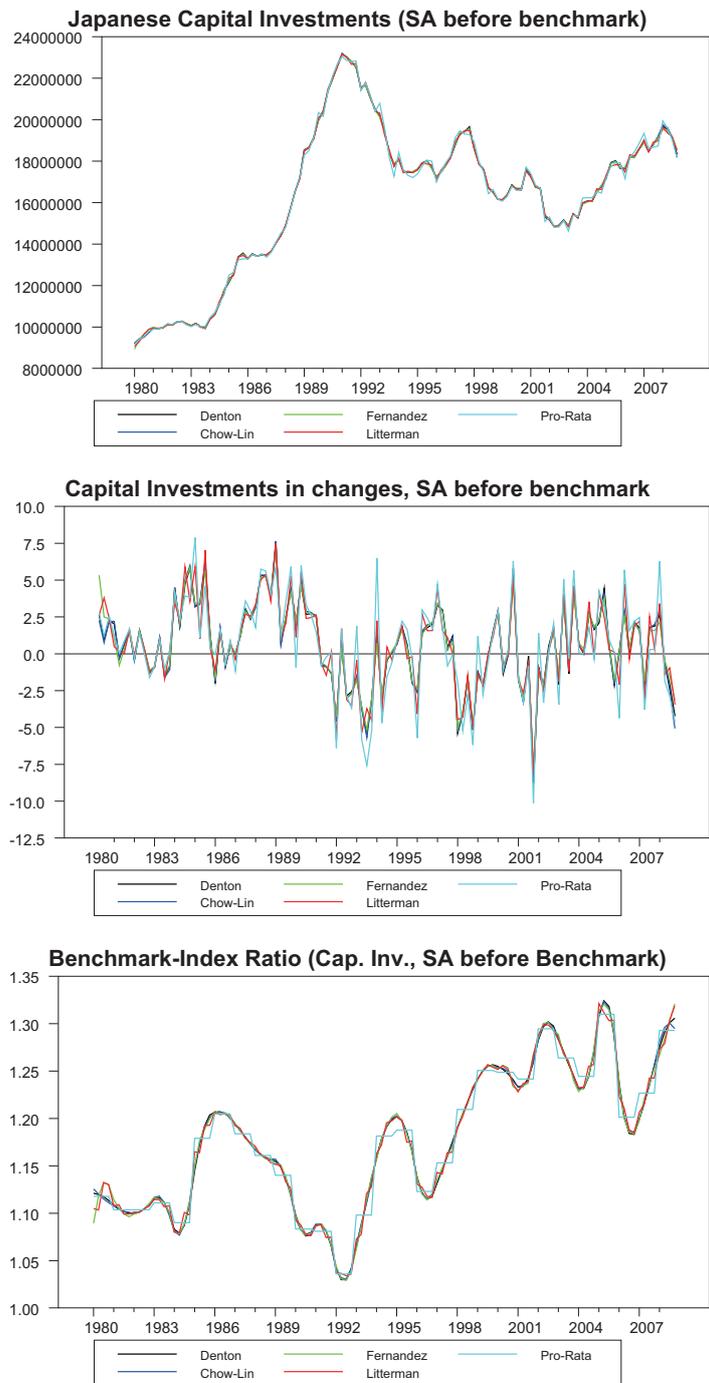
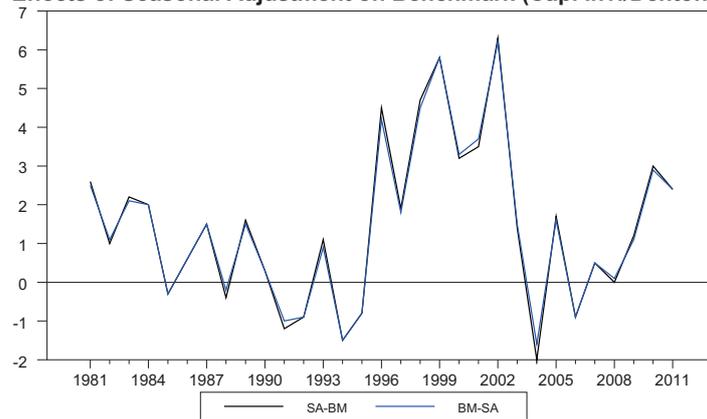
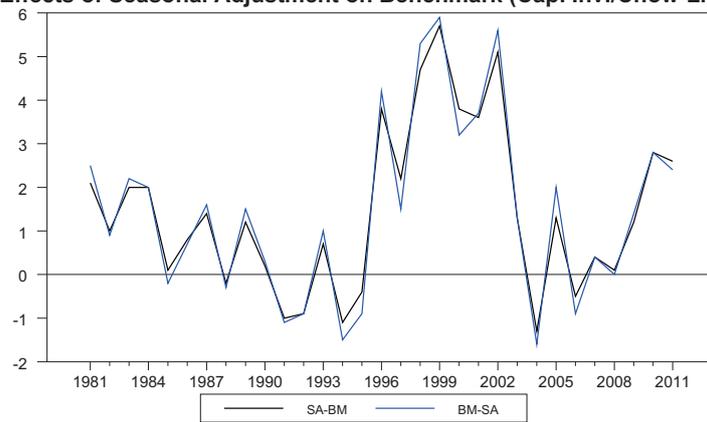


図 6: 設備投資系列で、参照系列 (基礎四半期時系列) を先に季節調整して、それに対してベンチマークを行った結果。上段からレベル、前期比伸び率、ベンチマーク系列と補助 (インデックス) 系列との値の比。

Effects of Seasonal Adjustment on Benchmark (Cap. Inv./Denton)



Effects of Seasonal Adjustment on Benchmark (Cap. Inv./Chow-Lin)



Effects of Seasonal Adjustment on Benchmark (Cap. Inv./Pro Rata)

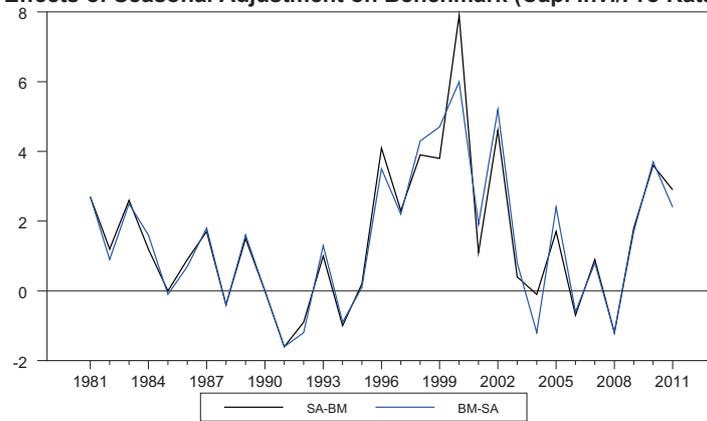


図 7: 季節調整済系列でベンチマークした場合と、ベンチマーク系列を季節調整した場合での、前年同期比の比較。上段から Denton 法、Chow-Lin 法、Pro Rata 法。対象は設備投資。