CIRJE-J-230

日本のマクロ経済統計の課題：
季節性・構造変化・平滑化問題

東京大学大学院経済学研究科
国友直人

統計数理研究所
佐藤整尚

2010 年12月

On some issues of macro-economic statistics in Japan : seasonality, structural change and statistical smoothing

Summary

We investigate some issues of macro-economic statistics in Japan including the housing investment, the private non-residential investment and the quarterly (preliminary) GDP estimates. We illustrate the problems associated with the seasonality and structural break in recent Japanese macro-economy. We use the statistical smoothing method and DECOMP (developed by Kitagawa and Sato at ISM) and discuss the possible problems with the use of X-12-ARIMA program by the statistical offices in the Japanese central government. We propose several ways to improve the quality of macro-economic statistics in Japan.

日本のマクロ経済統計の課題：
季節性・構造変化・平滑化問題*

国友直人†
&
佐藤整尚‡

2010 年 11 月

要約

国土交通省や内閣府など日本の主要な中央官庁が定期的に公表しているマクロ経済統計を巡る最近の問題と課題を統計学的な観点より考察した。特に住宅投資系列や設備投資系列など四半期 GDP を構成する主要な幾つかのマクロ経済統計の分析を例として、政府統計に関する幾つかの基本的で重要な問題と改善案を議論し、さらに経済分析への意味を考察した。

鍵言葉

住宅投資, 設備投資, 四半期 GDP, 季節調整, 変化点, X-12-ARIMA と DECOMP, 状態推定と統計的フィルタリング

---

*KS10-12-10. この原稿はマクロ経済統計の経済分析に貢献された一橋大学経済研究所 (故) 加納悟教授の追悼記念として準備された。住宅投資データの準備作業について赤司健太郎氏 (統計数理研究所) の助力に感謝する。本稿の一部分は佐藤・国友 (2010)、国友・佐藤 (2010) で報告した研究にもとづき、本稿の 3 節の内容は国友・佐藤 (2010) の 3 節、本稿の 4 節の内容は佐藤・国友 (2010) の 2 節にそれぞれほぼ対応する。

†東京大学大学院経済学研究科

‡統計数理研究所

1. はじめに

ここ数年間における世界経済の変動を背景として、日本経済における主要なマクロ経済系列の多くでは激しい変動が観察されている。特にエコノミスト、マクロ経済学者が注目している GDP 系列をはじめとする主要なマクロ時系列では、2005 年頃から景気の回復基調から 2008 年-2009 年にかけての大きな落ち込み、そこから若干の回復基調という動きを示している。こうした最近に観察されている経済変動の解釈や理解、今後の動きについては、マクロ経済指標の解釈とともに、エコノミストの間においても意見が分かれている。

エコノミストや経済学者は政府当局が発表するマクロ経済データを利用して経済動向を分析し、景気動向を判断するという統計データの利用者 (エンド・ユーザー) であるが、近年では政府当局が発表するマクロ経済統計の数値についての疑問、批判を発することがある。そうしたエコノミストなどによるコメントの中には明らかにマクロ経済統計、あるいは政府による経済統計の作成過程について正しい理解に欠けている場合も少なくないが、マクロ経済統計の作成について理解している関係者にとっても一概に誤解とは言い難い重要な論点も幾つか存在している。例えば内閣府が作成・公表している GDP 統計、特に四半期 GDP 速報の数値については公表される四半期 GDP 伸び率は刻々とかなりの変動を示しており、ときにはゼロ付近においてプラスとマイナスが入れ替わりうるなど、GDP 速報値による景気判断を困難なものにしている、という問題がある。これは GDP 速報値を大きなよりどころとして日本のマクロ経済の景気動向を判断しているエコノミスト、あるいは景気判断にもとづき当面の経済政策を立案している政府関係者などにとり、見過ごせない問題である。また近年ではマクロ経済統計の公表数値に対して株式市場や外国為替市場など金融市場が一時的に過敏に反応している可能性も少なくない。四半期 GDP に関するより大きな問題としては、四半期 GDP の速報値は定期的に内閣府より公表されるが、公表の後の約１ヶ月後に速報値の数値が改訂され、さらにかなり時間が経過したのちに確報値が公表されることから生じるうる混乱を挙げられる。近年の経験からは、同一時期の GDP の数値自体（しばしば年率換算された成長率であるが）が発表される度に変更され、速報値、速報値の改訂値 (２次速報値)、さらにしばらく後に発表される確報値の間のギャップが無視できない、ことが指摘されて

いる。特にここしばらくの経験から、米国や欧州主要国など先進諸国と比べても日本の GDP 統計をめぐるこうした改訂幅が相対的に大きいので、速報値の信頼性が十分でないとの指摘もなされている。こうした一部のエコノミストからのコメントが正当なものであるか否かは論争的であるが、この種のコメントを受けること自体は日本政府における統計当局者にとっては、公表している統計数値の信頼性の基盤を揺るがしかねないだけにとどまらず、マクロ経済統計が経済動向の把握、経済政策の立案にかかわる基礎資料とされている現状から見ても、十分に検討すべき課題である。ここで重要な鍵となる統計学的問題は、エコノミスト、政府関係者、あるいは経済学者の多くは原系列ではなく、月次 (四半期) の系列から計算された前年同月比 (前年同期比)、あるいは政府の中の担当部局が「X-12-ARIMA と呼ばれる季節調整法」を施した季節調整値としての四半期 GDP とその主要な構成要素を推計した後に計算された「変化率・伸び率、年率換算値」に基づいて経済動向を議論していることである。

本稿ではこうした日本のマクロ経済統計をめぐる最近の課題の中でも、月次系列として得られる住宅着工件数の系列、四半期 GDP、および四半期 GDP を構成するマクロ系列の中で重要な系列である設備投資系列などを実例として取り上げ、マクロ経済統計における幾つかの重要な課題について検討する。特にここでは統計学の重要な研究分野である時系列分析の観点より季節調整の問題、設備投資の推計問題、四半期 GDP の年率換算値の問題、などを考察する。そして統計学的な考察より導かれるマクロ経済統計に関して高岡・国友 (2010), 佐藤・国友 (2010), 国友・佐藤 (2010) が提案している若干の改善策を議論する。ここで、この間に内外のエコノミストなどを中心に日本の GDP 統計に関して議論され、改善が求められている課題は、時系列データ解析に関する統計学から見ても自明ではないことがとりわけ重要である。多くの国民が新聞やテレビ・ニュースなどを通じて「政府の公表値」として目にしている数値は、月次系列の場合は前年同月比 (四半期統計の場合には前年同期比)、 季節調整済系列に基づく１期間の成長率、あるいは四半期 GDP の場合には年率換算の GDP 成長率などである。マクロ経済統計に関わる最近の問題には実は統計的時系列分析における観測誤差 (measurement errors) をめぐる基本的でかつ重要な幾つかの問題と関わっている。そこで統計的時系列分析 (statistical time series analysis) と呼ばれている統計学的方法にもとづく議論なしには問題を深く理

解し、またある種の解決策を見いだすことが困難なのである。本稿で例示して説明するように統計的時系列分析はこの間に飛躍的に進歩しているので、しばらく前までは困難であった時系列データからの状態推定などの問題は一定の仮定の下で容易に実行は可能である。本稿では時系列分析に関するこの間での統計学の展開を踏まえた立場から、マクロ経済統計における課題について一定の改善案を提示できることを具体的に指摘する。

本稿の第 2 節では住宅投資系列を例としてマクロ経済統計に関する問題、特に季節性と季節調整の問題を議論する。第 3 節では四半期 GDP における設備投資系列の推定を巡る最近の話題について説明する。第 4 節では四半期 GDP の年率換算値を巡る最近の話題について議論する。最後に第 5 節では状態空間モデルなど一般的な統計的定式化について議論するとともに今後の課題、特にマクロ経済分析に関する本稿での議論の意味について説明する。

2. 住宅投資系列と季節性

< 図 2.1:住宅着工件数の推移 (前年同月比)>

典型的で重要なマクロ経済統計の実例として国土交通省が公表している月次の住宅着工件数[1] を取りあげてみよう。ここで 1990 年-2010 年における同系列の前年同月比の最近の動向を示したが、この間にマクロ経済統計の公表値として新聞やテレビ・ニュースなどのマス・メディアではしばしば前年同月比の系列の最新の動向をとりあげている為の例示である。原系列が月次系列の場合には前年同月比の数値が大きく報道されることが多いが、とりわけ近年のようなマクロ経済がとりまく状況においてはその数値の意味についてよく注意して解釈する必要がある。少なくともしばらく前までは住宅産業を含む関係者は、住宅需要の変動を判断するときには国土交通省が公表する前年同月比を重視していたようである。ここで経済時系列論においては古くから議論されているように、例えば景気の動向、景気循環の局面をとらえる目的では前年同月比（あるいは四半期系列であれば前年同期比）という系列によ

[1] ここでの原系列は建設着工統計における (持家+貸家+分譲) により定義する。公的住宅も含まれていることに若干の注意が必要である。

り原系列の動向を判断することの問題点が指摘されている[2]。ここ数年の住宅着工件数・前年同月比の系列は大きな不規則な変化を示していることが分かる。

< 図 2.2:住宅着工件数の推移 (原系列)>

次に前年同月比を計算するために用いた原系列を図2.2に与えておく。国土交通省は日本各地から得られた情報を集計して月次の住宅着工件数の原系列を作成している。1990年-2010年という期間をとっただけでも、この間に1997年4月の消費税ショックなど様々な特徴的な変動を観察できるが、特にここ数年間の変動幅は過去に類例を探すのが困難な程度に非常に大きいことが確認できる。例えば2007年6月に発生した建築基準法の改定を巡る問題 (アネハ・ショック) は一時期は50パーセント減を記録するほどの影響がある日本の住宅市場に特有の大きな変動である。また2008年後半に米国・ヨーロッパの金融市場に端を発したマクロ経済ショック (リーマン・ショック) はその後世界的に大きな影響を及ぼしているが、その後の実体経済への影響がとりわけ大きい日本では住宅着工データを見ても一時期は再び40パーセント程度の落ち込みを記録し、その後、原系列では底を打ちつつも反転の兆しもある。こうした原系列の動きの意味を理解すると、近年に原系列から計算される前年同月比の系列は解釈がかなり困難であり、むしろかなり経済変動の兆候を見誤る可能性も大きいことが推測される。実は住宅着工件数はマクロ経済統計としてはかなり重要な系列であるばかりか、この間の日本の経済系列の変動パターンの理解の困難さを例示しているのである。他方、住宅着工件数の原系列は少なくとも2007年頃までは明確な1年以内の周期的変動、季節的変動を読み取ることができる。こうした季節変動をある意味で取り除く直観的手段として原系列の前年同月比の系列を重視することがかなり意味があった時代 (特にトレンド成分の成長率がかなり高い時代) もあったが、近年はそうした時代とは根本的に経済をとりまく様相が異なる、と解釈すべきである。

ここで原系列の変動について観察される季節性を取り除くために、日本をはじめ

[2] 例えば経済時系列のトレンド成分・循環成分・季節成分・不規則成分の乗法モデルを仮定すると季節的循環がほぼなくなるという議論が前年同月比を用いる根拠とされる。循環成分、トレンド成分あるいは短期的な大きな変動（構造変化）が起きるとその周辺で大きな歪みが発生する。

とする主要国の政府統計では季節調整法を利用していることが重要である。特に近年の日本では米国センサス局の時系列グループが開発した X-12-ARIMA プログラムにより季節調整の実務、すなわち集計した原系列から季節性をとりのぞいて季節調整系列を作成する作業をおこなっている。したがって日本の主要なマクロ経済統計の理解には X-12-ARIMA プログラムを正しく理解することが重要である。このプログラムのアルゴリズムは統計的方法として古くから知られている移動平均 (moving average) にもとづいてはいるが、X-12 の後に ARIMA という名前が付いていることから推測できるように非常に複雑である。X-12-ARIMA についての様々な問題は例えば国友 (2002, 2006a, 2006b), 高岡・国友 (2010) などが議論しているが、X-12-ARIMA による季節調整を簡単に要約すると、Reg-ARIMA モデルという統計的時系列モデルを利用した上で非常に複雑な移動平均操作を繰り返し行うことで原系列の平滑化を行って季節調整値を算出している、ということになる。ここで Reg-ARIMA モデルとは regression-autoregressive-integrated-moving-average （回帰自己回帰和分移動平均）モデルの略であるが、統計学的には非標準的な非定常時系列モデルである。原系列にトレンド成分、循環成分、季節成分、不規則成分のほかに曜日効果、閏年効果、異常値、あるいはより大きな変化点などが存在する場合、移動平均フィルターに歪みを生じさせない為に回帰変数を設定して休日日数や変化点の統計モデルを特定化して ARMA モデルを推定する必要がある。しかしながら今日的な時系列の統計学の議論からは変化点の探索 outlier プログラムなど正当化が困難な統計的方法も組み込まれている、ことを指摘する必要がある。ここでは X-12-ARIMA 法に関する本格的な議論は別の機会として、ほぼ同等の結果を得ることが知られている Decomp プログラムにより住宅着工件数の状態空間モデルを推定して、トレンド成分、季節成分、不規則成分に成分分解した結果を図 2.3 として付録に示しておく[3] 。

住宅着工件数の原系列では特に 2007 年に発生したアネハ・ショックは非常に大きい。この効果は (意図せざる) 一種の政策の失敗の例であるが、住宅業に関わる関係者に対する影響は大きかった。その後の原系列の推移を観察すると、急激な下落よりの回復過程の中でさらにリーマン・ショックが発生した影響が大きく、現在時

[3] Decomp プログラムの中にも様々な統計モデルが組み込まれているがトレンド階差 1, 循環項 0, 季節周期 12 を採用した。(Decomp(1,0,12) と表しておく。5 節と付録で説明するが Decomp プログラムについては北川 (2005) により詳しい説明がある。

点 (2010 年 11 月) において原系列の変動を解釈とすると、アネハ・ショックの前後から原系列を構成するトレンド成分、循環成分、季節成分のそれぞれがアネハ・ショック以前の構成と同一であるとは考えにくい。そこでアネハ・ショックの前後でデータを分割し、構造変化が起こったことを想定してそれぞれの期間で季節成分の分析を推定した。その結果を 2.4 図で示したが、アネハ・ショック以前の推定された季節成分は orgseasnl, アネハ・ショック以後の推定された季節成分は LS seasnl である。ここでの推定結果では、2007 年をきっかけとして季節性のパターンが変化していることが伺える。むろんアネハ・ショックやリーマン・ショックはここ数年間の出来事であり、その正確な評価はかなりの時間が経過した後に歴史的な出来事として理解が定まる性格のことである。しかしながらマクロ経済統計の作成・公表は月次統計の場合には毎月 X-12-ARIMA プログラムにより行っている。X-12-ARIMA プログラムでは ARIMA モデルという線形時系列モデルを利用して将来の予測値を現在の状態の推定に取り込んでいるのであり、現在の状態の推定を行うためには変化点をあらかじめ確定することを含め変化点モデルを利用する必要がある。国土交通省が運用している Reg-ARIMA モデルの妥当性は定かでないが、季節調整系列を利用するに当たっては注意する必要があろう。

< 図 2.4:住宅着工件数における季節性の変化 >

なお日本の内閣府が推計している四半期 GDP における (民間および公的) 住宅投資系列は毎月の住宅着工件数および同時に得られる住宅コストの推定値に基づき、月次系列を四半期ベース、着工件数系列を付加価値ベースに変換して作成、公表している。例えば住宅建設には通常ではかなりの時間がかかることもあり四半期 GDP における住宅投資系列は住宅建設の着工そのものから推測される住宅投資の進捗状況も考慮する必要がある。そうした 3ヶ月間の住宅投資に関する様々な推計上の操作が介在する結果として、３ヶ月間の住宅投資系列の公表系列は元々の住宅着工系列の変動そのものに対しては遅れを伴い、かつよりマイルドな変化として推計されると考えられる。

3. 四半期 GDP と設備投資系列

1次GDP速報と2次GDP速報

内閣府が推計している現行の四半期GDPにおける一つの統計的問題は1次速報における情報と2次速報における情報が異なることである。1次速報の公表時には投資データの推定上では一部の直近のデータ(法人企業統計季報[4])は利用可能ではなく統計的には欠損値(missing observation)問題が生じる。内閣府の四半期GDP速報[5]における設備投資系列の推計では供給側と需要側の設備投資系列を統合して設備投資系列が推計されている。細かな補正項目を除くと

$$(\text{GDPの設備投資系列}) = \mathrm{k}(\text{需要側系列}) + (1-\mathrm{k})(\text{供給側系列}),$$

ただし比率は$k = 0.5801$として推計されている[6]。したがって、1次速報のGDP設備投資系列を推計するには、1次速報の作成段階では需要側の直近の設備投資系列を予測する必要がある。また在庫投資に関する4系列の内2系列は法人企業統計季報を利用しているので1次速報の公表時にはその変化分を予測する必要がある。

統計学的には一次速報推計の時点における設備投資系列の欠損値問題は統計的予測問題としてとらえることができる。ここで議論される問題が統計学における通常の欠損値問題(missing value problem)と異なる重要な側面としては、推定・予測する対象が経済時系列であるので時間的変動、トレンド成分、循環成分、季節成分などの変動、異なる変動成分間の関係などを無視できないことである。また一次速報段階で欠損値問題が生じる設備投資系列と在庫投資系列は変動が激しく予測が困難であることが知られている。したがってこれらの投資系列の推計方法を検討することはGDP速報の改善にとって重要な問題である。四半期GDPにおける在庫投資系列についても類似の問題が存在するが、ここでは設備投資のみについて説明する。

設備投資の推計モデル

[4] 法人企業統計季報は財務省が推計・公表しているが、こうした時差が生じること自体は日本の官庁統計体系におけるある種の問題点を示している。こうした制度的問題は本稿が扱う議論の範囲外である。

[5] 内閣府における四半期GDPの推計法についての説明は内閣府(2010)を参照されたい。現行の推計方法にはさまざまな問題や改善可能性ががあると考えられるが、本稿では現行の推定方法の枠組み自体は所与として分析を行う。現行の四半期GDPの推計方法は速報性と正確性のある種の妥協の産物ととらえられる。

[6] 内閣府のGDPマニュアル(内閣府(2010))に現行の推定方法の正当化の議論と比率の推定について説明している。時系列データからの推定値もそれほど離れていないことが分かっている。

需要側から得られる時刻 j での観測値 X_{dj}, 供給側から得られる時刻 j の観測値を X_{sj} とする。複数の経済時系列 X_{ij} $(i = d, s; j = 1, \cdots, N)$ に対し加法モデル

$$X_{ij} = T_{ij} + C_{ij} + S_{ij} + I_{ij} \tag{3.1}$$

を仮定し、トレンド成分、循環成分、季節成分、不規則成分をそれぞれ $T_{ij}, C_{ij}, S_{ij}, I_{ij}$ としよう[7]。季節調整の実務ではしばしばトレンド成分と循環成分の区別は無視されるが、その場合にはトレンド・循環成分 $TC_{ij} = T_{ij} + C_{ij}$ とすると、

$$X_{ij} = TC_{ij} + S_{ij} + I_{ij} \tag{3.2}$$

と表現できる。ここで議論を単純化して季節成分 S_{ij} はほぼ適切にあらかじめ推定されていることを仮定する[8]。このとき真の季節調整系列を $X_{ij}^{(a)} = X_{ij} - S_{ij}$ とすると

$$X_{ij}^{(a)} = TC_{ij} + I_{ij} \tag{3.3}$$

と表現される。

この間、政府当局者や多くのエコノミストは原系列よりむしろ変化率の時系列の動向に関心がある。(3.3) より

$$\begin{aligned} \Delta X_{ij}^{(a)} &= X_{ij}^{(a)} - X_{i,j-1}^{(a)} \\ &= (TC_{ij} - TC_{i,j-1}) + (I_{ij} - I_{i,j-1}) \\ &= \Delta TC_{ij} + \Delta I_{ij} \end{aligned} \tag{3.4}$$

である。ここで ΔX_{ij} $(= X_{ij} - X_{i,j-1})$ は系列 X_{ij} の 1 次階差系列 (1st difference) を表す。他方、内閣府による現行の推定方法で仮定しているように需要側と供給側の設備投資に含まれる真の (トレンド・循環) 成分は同一と考えられるので $TC_{dj} = TC_{sj} = TC_j$ と置く。このとき需要側と供給側の設備投資系列は

$$\Delta X_{dj}^{(a)} = \Delta TC_j + \Delta I_{dj}\ ,\ \Delta X_{sj}^{(a)} = \Delta TC_j + \Delta I_{sj}\ , \tag{3.5}$$

[7] ここでは曜日効果および変化点・構造変化の要素は無視している。これらの要因は重要ではあるがその議論は別の機会とする。

[8] 内閣府 DGP 統計では X-12-ARIMA を利用しているので X-12-ARIM および季節調整法を巡る問題については例えば国友 (2002, 2006), 国友・高岡 (2010) などを参照されたい。

と表現される。

次に時点 $j = n - 1$ において観測データとして $\Delta X_{dj}^{(a)}, \Delta X_{sj}^{(a)}$ $(j = 1, \cdots, n-1)$ および $\Delta X_{sn}^{(a)}$ が利用可能な状況を考えよう。このとき需要側の直近の増加分 $\Delta X_{dn}^{(a)}$ を予測する必要がある。統計的議論を用いると、予測誤差を最小化する[9] という基準が標準的であり、その解としての最適予測は条件付期待値

$$Y_n = \mathcal{E}[\Delta X_{dn}^{(a)} | I_{n-1}] \tag{3.6}$$

で与えられる。ただし $\mathcal{E}[\,\cdot\,|I_{n-1}]$ は条件付期待値、I_{n-1} は $n-1$ 時点における情報集合を表現するが、条件付期待値は情報 I_{n-1} が与えられた時の期待値を意味である。ここでの予測問題が通常の統計的予測と異なる側面は $\Delta X_{sn}^{(a)} \in I_{n-1}$ となっていることである。

ここで説明した設備投資系列モデル (3.1) は内閣府マニュアル (2010) における設備投資の説明を時系列分析の用語で表現したが、統計学的には一種の変数誤差 (errors-in-variables) モデル、測定誤差 (measurement-errors) モデルと解釈できる。ここでは任意の j, k $(j, k = 1, \cdots, N)$ について次の条件を仮定する。

(A) トレンド・循環成分 ΔTC_j と不規則成分 I_{dk}, I_{sk} が独立,

(B) トレンド・循環成分 ΔTC_j と不規則成分 I_{dk}, I_{sk}（期待値はゼロ）が正規分布にしたがう。初期時点 ΔTC_1 は正規分布にしたがうとする。

このとき (3.1) より $j = 2, \cdots, n$ に対して

$$\begin{bmatrix} \Delta TC_j \\ I_{dj} \\ I_{sj} \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} \xi_j \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{\xi\xi} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{dd} & \sigma_{ds} \\ 0 & \sigma_{sd} & \sigma_{ss} \end{bmatrix} \right) \tag{3.7}$$

と表現される。ここで ξ_j は (トレンド・循環) 成分の階差系列 ΔTC_j の期待値 (期待成長率) を意味するが $\xi_j = \xi$ (一定) とするのがもっとも単純な設定となる。$\sigma_{\xi\xi}$ は ΔTC_i の分散、$\sigma_{dd}, \sigma_{ss}, \sigma_{ds}$ は需要側・供給側の不規則変動の分散と共分散をそれぞれ表している。

こうした仮定の下で[10] 直近に観察される情報 $\Delta X_{sn}^{(a)}$ の値を使ってまだ観測でき

---

[9] 標準的には予測の損失関数は原点に対称にとる。実務的に過大予測と過小予測の評価を変化させることも考えられる。

[10] 本稿では議論が平易かつ直観的に理解できるので正規分布の下での予測量を利用する。非正規分

ない $\Delta X_{dn}^{(a)}$ の値を予測する時には最適予測量は

$$
\begin{aligned}
(3.8)\mathcal{E}[\Delta X_{dn}^{(a)}|\Delta X_{sn}^{(a)}] &= \mathcal{E}[\Delta X_{dn}^{(a)}] + \frac{Cov(\Delta X_{dn}^{(a)}, \Delta X_{sn}^{(a)})}{V(\Delta X_{sn}^{(a)})}\left(\Delta X_{sn}^{(a)} - \mathcal{E}[\Delta X_{sn}^{(a)}]\right) \\
&= \left(\frac{\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ds}}{\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ss}}\right)\Delta X_{sn}^{(a)} + \left(1 - \frac{\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ds}}{\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ss}}\right)\xi_n
\end{aligned}
$$

により構成できる。ここで $\Delta X_{sn}^{(a)}$ の係数は回帰係数であり、最適予測量は $\Delta X_{sn}^{(a)}$ と期待値 ξ_n の加重和となる。 このときの予測の平均二乗誤差を評価すると

$$
\begin{aligned}
(3.9) \qquad MSE_1 &= \mathcal{E}\left[(Y_n - \Delta X_{dn}^{(a)})^2\right] \\
&= (\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{dd})[1 - \frac{(\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ds})^2}{(\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ss})(\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{dd})}] \\
&= [2\sigma_{ss} + 2\sigma_{dd} - 4\sigma_{ds}] - 4\frac{(\sigma_{ss} - \sigma_{ds})^2}{(\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ss})}\ .
\end{aligned}
$$

で与えられる。ここで予測に関する注意事項を述べておく。

(i) ここでの分析では系列の期待値、分散・共分散は既知として最適予測の議論を用いた。実際の予測では ΔTC_n の期待値 ξ_n を構成する必要がある。例えば階差についての定常性の仮定の下では過去の平均値を利用することが可能である。

(ii) ただしトレンド・循環成分において構造変化まで考慮すると長い過去の平均値を利用することには弊害も生じうるので、より直近の値を重視することなども考えられる。

次に同時点の供給側の推定値 $\Delta X_{sn}^{(a)}$ を予測量として利用すると[11] 、その予測の平均二乗誤差は

$$
\begin{aligned}
(3.10) \qquad MSE_1' &= \mathcal{E}[\Delta X_{sn}^{(a)} - \Delta X_{dn}^{(a)}]^2 \\
&= \mathcal{E}[\Delta I_{sn}^{(a)} - \Delta I_{dn}^{(a)}]^2 \\
&= 2\sigma_{ss} + 2\sigma_{dd} - 4\sigma_{ds}
\end{aligned}
$$

布の下での最適予測を構成することも不可能ではないが、条件付期待値を推定する必要が生じる。ノンパラメトリック推定の可能性も考えられるが正確な推定を行うには大量のデータを必要とするという問題がある。

[11] この方法は現行の方法に近いと考えられる。

となる。この予測量は一般に最適予測ではないので MSE_1' は MSE_1 よりも小さくなり得ない。変数誤差モデルでは誤差間の共分散 σ_{ds} は説明変数の誤差分散 σ_{ss} に一致するとは限らないので説明変数 $\Delta X_{sn}^{(a)}$ の回帰係数は 1 とはならないのが直観的理由である。(3.5) と (3.6) より ΔTC のばらつき $\sigma_{\xi\xi} \to 0$ のとき改善可能性が大きくなる。

また直近の ΔTC_n を情報として利用することが可能であれば[12] ΔX_{dn} を予測する最適予測量は

$$
\begin{aligned}
(3.11) \qquad \mathcal{E}[\Delta X_{dn}^{(a)}|\Delta TC_n] &= \xi_n + \frac{Cov(\Delta X_{dn}^{(a)}, \Delta TC_n)}{V(\Delta TC_n)}(\Delta TC_n - \xi_n) \\
&= \xi_n + (\Delta TC_n - \xi_n) \\
&= \Delta TC_n
\end{aligned}
$$

となる。このときの予測の平均二乗誤差は

$$
(3.12) \qquad MSE_2 = (\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{dd})[1 - \frac{(\sigma_{\xi\xi})^2}{\sigma_{\xi\xi}(\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{dd})}] = 2\sigma_{dd} \ ,
$$

すなわち $\mathbf{V}[\Delta I_{dn}]$ で与えられる。したがって

$$
(3.13) \qquad MSE_1 - MSE_2 = \frac{2}{(\sigma_{\xi\xi} + 2\sigma_{ss})}[\sigma_{\xi\xi}\sigma_{s,s} - 2\sigma_{ds}(\sigma_{ds} + \sigma_{\xi\xi})]
$$

が得られる。ここで例えば不規則変動の共分散 σ_{ds} が小さければ $MSE_1' > MSE_2, MSE_1 > MSE_2$ となる。直観的には供給側系列の不規則変動の影響を取り除くことにより、より良い予測が可能になることを意味する。

さらに一般的には直近の ΔTC_n および過去の ΔTC_j $(j \leq n-1)$ を情報として利用することを考えうる。変数誤差モデル

$$
(3.14) \qquad \begin{bmatrix} \Delta TC_j \\ \Delta TC_{j-1} \\ I_{dj} \\ I_{sj} \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} \xi_j \\ \xi_{j-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_{\xi_j,\xi_j} & \sigma_{\xi_j,\xi_{j-1}} & 0 & 0 \\ \sigma_{\xi_{j-1},\xi_j} & \sigma_{\xi_{j-1},\xi_{j-1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{dd} & \sigma_{ds} \\ 0 & 0 & \sigma_{sd} & \sigma_{ss} \end{bmatrix} \right)
$$

という表現を利用して考察する。ここで σ_{ξ_j,ξ_j} は ΔTC_j の分散、$\sigma_{\xi_j,\xi_{j-1}}$ は ΔTC_j と ΔTC_{j-1} の共分散を表すものとする[13] 。

[12] 例えば TC 系列の状態の推定値は X-12-ARIMA や DECOMP では計算されている。

[13] 一般に循環成分には自己相関 (autocorrelation) が存在するが確率過程について弱定常性 (weak-stationarity) が仮定できれば自己相関は時間差のみに依存する。

一般には誤差分布が正規分布という仮定の下では、情報 $\Delta TC_j\ (j \le n)$ が与えられた下での ΔTC_n の最適予測量は $\Delta TC_j\ (j \le n)$ の線形関数で与えられる。変数誤差モデル (3.1) の下では国友・佐藤 (2010) は次のような結果が成り立つことを示している。(導出は佐藤・国友 (2010) を参照。)

定理 3.1： 変数誤差モデル (3.1) において条件 (A), 条件 (B) を仮定する。初期条件を所与として、有限個の現在・過去のトレンド・循環成分に基づく予測量のクラスを考える。このとき平均二乗誤差を最小にする予測量は

$$\mathcal{E}[\Delta X_{dn}^{(a)} | \Delta TC_n, \Delta TC_j\ (j \le n-1)] = \Delta TC_n \tag{3.15}$$

で与えられ、予測量の平均二乗誤差は $MSE_2 = 2\sigma_{dd}$ となる。

さらに予測に利用する情報として供給側の不規則変動成分 I_{sn} (あるいは $\Delta X_{sn}^{(a)}$) の推定値を利用することも考えてみよう。共分散 $\mathbf{Cov}[\Delta TC_n, \Delta I_{sn}] = 0, \mathbf{Cov}[\Delta X_{dn}^{(a)}, \Delta I_{sn}] = 2\sigma_{ds}$ となるので次のことが成り立つ。

系 3.1： 変数誤差モデル (3.1) において条件 (A), 条件 (B) に加えて不規則変動項間の共分散について 条件 (C) $\sigma_{ds} = 0$, を仮定する。このとき現在・過去のトレンド・循環成分および不規則成分に基づく予測の平均二乗誤差を最小にする予測量は

$$\mathbf{E}[\Delta X_{dn}^{(a)} | \Delta TC_n, I_{sn}, \Delta TC_j\ (j \le n-1)] = \Delta TC_n \tag{3.16}$$

で与えられ、予測の平均二乗誤差は $MSE_2 = 2\sigma_{dd}$ となる。

ここで予測に関する追加的事項を述べておく。
(i) ΔX_{sn} による予測に比べて $\Delta TC_n, \Delta I_{sn}$ を用いる予測は、こうした状態の推定が妥当であれば MSE の意味で良くなる可能性がある。実際にはデータより推定された σ_{ds} の推定値は小さいので ΔI_{sn} を予測に取り込んでも改善幅は小さい。逆に次に述べるようにノイズを混入させる可能性がある。誤差の共分散がゼロの場合には ΔTC_n は $\Delta X_{dn}^{(a)}$ の一種の十分統計量と解釈できる。
(ii) ここで説明した最適予測の方法はあくまで同時点のトレンド・循環成分が既知という仮定の下での最適性である。X-12-ARIMA や DECOMP をはじめ実際には現在・過去のデータより TC_n を推定する必要があり、推定誤差が発生する。例えば経済の循環変動 $\{C_j\}$ の存在などを考慮すると、原理的にはより良い予測方式が得ら

れる可能性がある。より具体的には季節性、トレンド、循環成分など時系列の状態を観察される時系列より推定する必要がある[14]。
(iii) ここでは真の季節性を除去できていることが仮定されていることを注意する必要があろう。X-12-ARIMA の運用を前提とすると全体として整合的に季節調整を行うことはそれほど容易なことではない。例えば現行の方法は季節性と割り戻して推定系列を計算し、最後に別の X-12-ARIMA モデルにより季節調整を行っている、などについて改善可能性がある。

設備投資系列の分析結果

国友・佐藤 (2010) が分析に用いたデータは 1994 年 Q1〜2009 年 Q4 間の民間企業設備投資系列、1994 年 Q1〜2009 年 Q4 間の民間企業設備の供給側・需要側補助系列 (名目値) である。まず Decomp を利用して変動要因を分解し、さらに抽出した成分を利用して分析している。参考のために図 3.1 として集計された設備投資系列の DECOMP による分解を例示しておく[15]。

< 図 3.1:四半期 (実質) 設備投資系列の成分分解 >

(i) 公表系列である民間企業設備系列はこの間、かなり激しく変動している。季節成分は明確に観察されているが、ここ 2 年程度の変動は 2006 年頃までにトレンド成分・循環成分として観察されていた変動とはかなり様相が異なる。他方、変化点分析を行うにはなおデータが十分に蓄積されているとは判断できない。
(ii) 需要側と供給側から推定した不規則変動間の相関はあまり大きくないのに対して、二つのトレンド・循環成分 ΔTC_j の相関はかなり大きい。したがって供給側から推計した ΔTC_n による予測法はかなりの妥当性がある。
(iii) 同時点のトレンド・循環成分に加えて過去の情報 $\Delta TC_{n-j}, j \geq 1$ を用いる予測法も検討した。供給側から推計した ΔTC_n による予測法に比べてより複雑な予測法になる半面、予測誤差から判断する限り (i) に比べて明確な優位性までは確認できなかった。

[14] こうした問題を時系列の状態のフィルタリング問題と呼ばれている。ただし既存の X-12-ARIMA では状態についてこうした制約を課すことは不可能であろう。

[15] 図の説明は付論を参照されたい。

(iv) 時系列の統計的予測法として考えられる幾つかの方法と (i) で述べた予測法の予測力の比較に関して検討した結果を国友・佐藤 (2010) は説明している。１次速報・２次速報、および TC 成分による予測、TCI 成分による予測、次節で説明する平均予測法 ($k = h = 1$) などを原水準と前期比について比較した。国友・佐藤 (2010) が行ったデータ分析によれば TC 系列による予測量について、予測の平均二乗誤差 (MSE) を小さくするという意味での有効性は確認できる[16] 。

4. GDP の年率推計問題

四半期変化率の解釈

定期的に内閣府より発表されている四半期 GDP は四半期データであるので３ヶ月毎に公表されているが、特に前期比の動向に関心が集まる傾向にある。定期的に集計・公表される数値は３ヶ月期間のフローの集計値であるのでしばしば「GDP 年率換算値」として、３ヶ月で得られるフローの原数値に対して季節調整を施し、季節調整系列の前期比を４倍した数値が公表されている[17] 。ここで重要な事実としては年率換算値は３ヶ月間の瞬間的 GDP 増加値のほぼ４倍であることであり、１年間の実現値でないことはむろん、今後１年間における GDP の変化率の推定値でも予測値でもないのである。

しかしながら、日本経済の現状を判断する指標としての利用状況を見ると、原系列に季節調整を施したのちに計算される年率換算の変化率が１年間における GDP 変化率の推定値、あるいは予測値として理解されることが、ないとは云えない。こうした年率換算値による GDP 統計の理解に混乱が見られるとすると、ＧＤＰ統計を景気判断に使う際には、実質値の季節調整済系列の一期前からの変化率の４倍値を見ることでは、かなり大きな誤解が生じる可能性がある。さらに統計学的には現

[16] １次速報・２次速報の公表系列自体も過去に遡り改定されることがあることに注意しておく。実際の公表系列を用いる予測力の比較はシミュレーション上の比較よりはるかに困難である。ここで用いたのはできる限り各公表時点において利用可能であったデータおよびその次の時点に公表されたデータであり、実データに基づいてなるべくフェアに予測力を比較する必要がある。

[17] ここでは本質を損なうことなく議論を単純化するために年率換算値は四半期変化率の４倍とする。より正確には年率換算値は４半期変化率 $r^{(q)}$ より複利計算 $r^{(a)} = (1 + r^{(q)})^4 - 1$ として計算される。(例えば IMF・GDP マニュアル (2001) 表 8-4 を参照。なお同マニュアルには「変化率を年率に換算する目的は、初心者がデータを理解しやすいようにする...」と説明している。)

在の四半期 GDP の公表値の作成方法には次に説明するように、直近のいわばノイズと呼ばれる不規則変動の影響を強く受けることを示すことができる。ここでエコノミスト、政府当局者が把握する必要がある数値は、１年を周期とする季節的変動や非常に短期的・偶然的に発生する不規則変動ではなく、観測する時系列を構成する経済の趨勢的変動（トレンド)、循環的変動と解釈できよう。この理由から主要先進国では季節変動成分を取り除くために原系列に対してわざわざ複雑な統計的操作である季節調整を行い、原系列ではなく季節調整系列より変化率を推定していると考えられる。ここでの論点をより正確に議論するために経済時系列の成分分解モデルを利用しよう。

N 期間にわたり観測される原系列を Y_i $(i = 1, \cdots, N)$, 原系列を変換して得られる時系列 $X_i = \log(Y_i)$ を

$$X_i = T_i + C_i + S_i + I_i \tag{4.1}$$

と分解して考える[18] 。ここで、T：トレンド成分, C：循環成分, S：季節成分, I：不規則成分、(下付) 添字は時刻、をそれぞれ表す。(4.1) は経済時系列の伝統的な加法型の成分分解モデルであるが、議論の単純化の為に 3 節と同様に季節成分 S はゼロと仮定して議論を進める。季節性の処理にかかわる問題、すなわち政府統計における季節調整法は興味深い重要な問題ではあるが、関連する事項は多岐におよぶこともありここでは詳細な議論は行わない[19] 。

通常の公表値作成で求められる時刻 i における年率換算値 $r_i^{(a)}$ は時系列成分により表現して

$$r_i^{(a)} = [(T_i + C_i + I_i) - (T_{i-1} + C_{i-1} + I_{i-1})] \times 4 \tag{4.2}$$

と解釈すると、(4.2) より前期の不規則変動 I_{i-1} は４倍されて年率換算値に影響を与えることが分かる。ところでこうした公式により計算し、定期的に公表している年率換算値が何を意味するか実はあまりはっきりしていない、ことを指摘しておく。

[18] 例えば伝統的な季節調整法では対数変換 $\log Y_i$ として季節調整を行うことがしばしば行われている。より一般の変換 $X_i = f(X_i)$ を利用することも考えられるが、その場合の分解された各成分の解釈はより難しくなる。また近年における日本のマクロ経済指標の分析では原系列の分析の方が妥当である可能性も高い。観測系列より時系列分解モデルの各構成成分を識別するには各成分 T_i, C_i, I_i の確率的挙動についての仮定が必要である。

[19] 例えば季節調整法としての X-12-ARIMA や DECOMP についての論点は本稿 2 節, 国友 (2002, 2006) を参照。また最近の経済変動に関わる一つの問題について高岡・国友 (2010) が検討している。

一つの解釈は瞬間的に観測される成長率がそのまま１年間続くと仮定すると単利・複利の差を無視するとして年成長率とみなせる、ということである。この解釈を時系列の分解表現 (4.1) に即して考察すると、原データの対数変換を施したとき時点 i において推定したい真の状態変数は経済の趨勢的傾向としてのトレンド成分の成長率 $T_{i+3}-T_{i-1}$ と理解できる。ここで観察系列 X_i はトレンドと呼ばれる真の状態とは異なり、真の状態は事前にも事後的にも観測できないことが一つの大きな問題である。多くのエコノミスト、政府関係者が認めているようにマクロ経済変動には循環的側面が存在すると考えられる。循環成分とはむろんある時点においてある循環局面にある時系列が時間の経過とともに別の循環局面に移行するということを意味する。したがって、GDP 成長率の中に循環成分 C_i も含まれるので年率換算に際して循環部分の動きも反映する、というより重要な論点もある。このことを考慮すると年間変化率として推定の対象となる真の状態とは (トレンド成分+循環成分) の変化 $(T_{i+3}+C_{i+3})-(T_{i-1}+C_{i-1})$ ということになろう。こうした二つの解釈にもとづき年変化率を計算しようとすると、観測できない時系列成分の将来値を推定する必要がある、という統計的問題が生じる。

こうした変化率の年率換算値の解釈上の問題に加えて既存の年率換算値の計算方式には検討すべき幾つかの統計的問題がある。第一には、仮に不規則変動要素 I_i が互いに独立な確率変数の実現値とみると、不規則成分の分散が存在するという条件の下で、変化率についての１次自己相関は

$$Cor(I_i-I_{i-1},I_{i-1}-I_{i-2})=-\frac{1}{2} \tag{4.3}$$

となり、負の系列相関が生じることが挙げられる。こうした系列相関は変化率を推定する際、推定の不安定要因の原因となりうる。第二には不規則変動の影響 I_i-I_{i-1} は (2.2) の操作においては４倍されて変化率の推定にかなりの影響を与える可能性があることが重要であろう。例えばしばしば仮定されるように時刻が異なる不規則変動 I_{i-1} と I_i は互いに独立で分散 σ_I^2 の確率変数で表現すると、年率換算値に対する寄与度は標準偏差でみて $\sqrt{4^2\times 2}\sigma_I \sim 5.66\times\sigma_I$ となる。日本のマクロ経済の成長率が高い時代、すなわちトレンド成分の寄与 T_i-T_{i-1} が大きいときには、相対的には循環成分の寄与 C_i-C_{i-1} や I_i-I_{i-1} の変動はたまたま大きいとは見なされなかったので影響はそれほど顕著ではなかった、とも解釈することができる。実際、近年の中国や米国における GDP 変化率の年率換算値ではこうした不規則変動の影響は

日本よりもはるかに小さいのである。これに対して近年になって観察されている日本のマクロ時系列ではこうしたいわばノイズの影響がより顕著となるのは自然なことであり、米国や中国の GDP 変化率よりはるかにより注意深く時系列成分の相対的変動要因の影響を検討する必要がある。

頑健な年率 GDP 推定

ここでの統計学的な議論を整理すると、現行の GDP 公表系列の計算方法では過去・現在に実現した不規則変動が現在から将来にかけての増加率を推定する際に組み入れられていることが第一の問題点である。第二に、年率換算値の計算がある一時点の四半期データの伸び率の観測値により推定されることにより２時点で得られる情報とデータのみを用いて推定する、ことも問題点と云える。ここで、一般に年率換算値を１年間に実現する成長率の推定値、すなわち予測値、と解釈すると、景気の転換点などの議論では現行の計算方式が混乱を招いている可能性があることになる。こうした二つの問題点を解決する手段として年率伸び率 $r_i^{(k)}$ の推定値として本稿では別の推定方法のクラスを導入してみよう。ここで既に時系列の成分分解モデル (4.1) を導入して考察したので、例えば１年間に実現する GDP の年率推定値として

$$r_i^{(TCI,k)} = [(T_i + C_i + I_i) - T_{i-k}] \times \frac{4}{k} \tag{4.4}$$

により推定することが考えられる。ここで k は正整数値であり、この推定方式は k 期前のトレンド推定値からの伸び率により時点 i において１年先までに実現する年率成長率を推定する方法である。ここで (4.4) の右辺において T_{i-k} だけでなく $T_{i-k}+C_{i-k}$ を引くことも考えられるが、循環成分が定常的 (stationary) [20] であるとの想定より、出発点の循環成分の水準に依存しない、という意味での頑健性 (robustness) があるので、循環成分を非対称的に扱っていることに注意しよう[21] 。

　ここで提案した推定方法 (4.4) では k については小さいくとるとトレンド推定の不安定性が反映し、他方で大きくとりすぎると景気判断のタイミングが遅くなるという性質がある。そこで通常であれば、1 年前 (四半期であれば $k = 4$) とするのが常識的であるが、半年前の値 (四半期であれば $k = 2$) などをとる選択も可能であろ

[20] 定常性 (stationarity) など経済時系列分析の基本的概念については山本 (1987) を参照せよ。
[21] 政府統計においてよく知られている X-12-ARIMA 法などの場合にはトレンド成分と循環成分は区別しないが、整合的な方法を考えることもできる。

う[22] ここで提案する方法については、一定の仮定の下で次のような性質があることが分かる。(導出は佐藤・国友 (2010) 参照。)

定理 4.1 : 時系列の構成要素 T_i, C_i, I_i $(i = 1, \cdots, N)$ について次のことを仮定する。(i) 各要素は互いに無相関な確率変数列, (ii) 循環成分 C_i は (弱) 定常過程であり $Var[C_i] = \gamma_C(0)$, $Cor(C_i, C_{i-k}) = \rho_C(k)$ (k 次自己相関関数), (iii) 不規則変動 I_i は互いに無相関の確率変数列, 分散を $Var[I_i] = \sigma_I^2$, とする。(iv) トレンド要素 T_i については次の二つの状況を想定する。
(ケース I) トレンドの階差 $\Delta T_i = T_i - T_{i-1}$ は互いに独立で分散 $Var[\Delta T_i] = \sigma_T^2$,
(ケース II) トレンドの 2 階階差 $\Delta^2 T_i = \Delta(T_i - T_{i-1})$ は互いに独立で分散 $Var[\Delta^2 T_i] = \sigma_T^2$, とするが、いずれの場合にも初期値 T_0(および T_{-1} は固定した数値とする)。
年率推定量として $r_i^{a)}$ は (4.2), $r_i^{TCI,k}$ は (4.4) でそれぞれ定義する。
(I) (ケース 1) のとき年率推定量 $r_i^{a)}$ は定常過程となり、その分散は

$$(4.5) \qquad Var[r_i^{(a)}] = 16\sigma_T^2 + 32\gamma_C(0)[1 - \rho_C(1)] + 32\sigma_I^2 \ ,$$

および

$$(4.6) \qquad Var[r_i^{(TCI,k)}] = \frac{16}{k}\sigma_T^2 + \frac{16}{k^2}\gamma_C(0) + \frac{16}{k^2}\sigma_I^2$$

で与えられる。
(II) (ケース 2) のとき年率推定量 $r_i^{a)}$ は単位根過程となり、初期条件を固定したときの時刻 n $(\leq N)$ における分散は

$$(4.7) \qquad Var[r_n^{(a)}] = 16n\sigma_T^2 + 32\gamma_C(0)[1 - \rho_C(1)] + 32\sigma_I^2 \ ,$$

および

$$(4.8) \quad Var[r_n^{(TCI,k)}] = \frac{16}{k^2}[\frac{k(k+1)(2k+1))}{6} + k^2(n-k)]\sigma_T^2 + \frac{16}{k^2}\gamma_C(0) + \frac{16}{k^2}\sigma_I^2$$

で与えられる。

[22] なお直近の値 $(k = 1)$ をとると多くの場合、本稿で示すような顕著な推定上で改善が見られるとは限らないことは興味深い。原因としては観測時点のノイズの影響とトレンド成分の推定の精度が関係すると考えられる。

ここで (4.5) と (4.6) よりトレンド成分に１次・２次のランダム・ウオーク成分を含んでいるか否かにかかわらず、(無条件) 分散については $4 \leq k > 1$ のとき

$$1 - \frac{1}{2k^2} > \rho_C(1) \tag{4.9}$$

ならば

$$Var[r_i^{(a)}] > Var[r_i^{(TCI,k)}] \tag{4.10}$$

となる。また $k=4$ とすると従来の方法に加えて提案する推定法では不規則変動の貢献が小さくなるだけでなく、トレンド項の貢献も標準偏差で測ると $\sqrt{[\frac{16}{4}\sigma_T^2]/[16\sigma_T^2]} = 1/2$ になる。以上の考察より、年率推定値として $r_i^{TCI.k}$ よりもさらにより大胆に不規則変動を取り除き

$$r_i^{(TC,k)} = [(T_i + C_i) - T_{i-k}] \times \frac{4}{k}\ , \tag{4.11}$$

あるいは

$$r_i^{(TC*,k)} = [(T_i + C_i) - (T_{i-k} + C_{i-k})] \times \frac{4}{k}\ , \tag{4.12}$$

とすることが考えられる。ここでの重要な問題は直近の不規則成分を除去することであるが、状態推定を上手く行っていれば、定理 4.1 における不規則成分の分散項 σ_I^2 の影響がなくなるので、定理 4.1 の結果はより強い形で云える。

佐藤・国友 (2010) が提案した年率 GDP 推定値の構成方法では過去のトレンド推定値 T_{i-k} を推定する必要が生じること (さらに $r_i^{(TC,k)}$ の場合には $T_{i-k} + C_{i-k}$ も推定する必要がある) に注意しておく[23] 。したがって従来にはあまり時系列成分の推定問題をあまり実用に供することが少なかったと解釈できるかもしれない。この点については主要な先進国では既に長い間、季節調整という別の名前の下に季節成分の推定を行い、実用に利用していたことを指摘しておく[24] 。また与えられた時系列 X_i より構成成分、特にトレンド成分を推定する問題は統計的時系列解析で知られている状態変数のファイルタリングの方法を利用することで解決することができることも指摘しておく。こうした統計的推定を行うと、当然であるが状態推定から生じ

[23] 一昔前までは時系列分析の専門家でなければ与えられた経済時系列よりトレンド成分のみの抽出は困難であったが、統計学の最適フィルタリングを利用すれば今では瞬時に実行可能である。実務的には X-12-ARIMA を用いて実行することも可能である。

[24] 例えば X-12-ARIMA の中で Reg-ARIMA モデルを利用すると、その予測値に基づく現在の状態の推定は複雑な形で予測値が影響している。

る推定誤差も生じるが、一定の仮定の下ではこうした推定誤差が小さいという統計学的正当化も可能であろう。ここではとりあえず時系列分解プログラム DECOMP [25] を用いて推定すると次のようなことが分かる。従来型の年率換算値、後ろ向き年率推定値 ($k = 1,2,4$) を比較してみると選択パラメター $k = 1$ とするとあまり安定した推定値は得られない。この場合には現行の方法と同様にトレンドの４倍である $4(T_i - T_{i-k})$ から発生する誤差の影響と考えられ、平均による時系列の平滑化 (smoothing) が不十分であることに対応している。他方、$k = 2,3,4$ とすると時系列の平滑化の効果により、かなり安定した年率推定値が得られることが分かる。ただし $k = 4$ とすると、景気変動を平滑化するが、時には平滑化しすぎて景気変動の転換 (景気の山から谷、谷から山への循環的変動) にかなり鈍感となる状況も見られるので、実際的な観点からは改善策として $k = 2$ とすることが考えられる。こうしたことをふまえると、従来の前期比を４倍する年率換算値と新しい推定値を比べてみると、平均伸び率は非常に安定して推定でき、事後的にも政策当局者やエコノミストが行っている景気判断の結果にかなり符合していることを佐藤・国友 (2010) は指摘している。

前向き年率推定値

ここで説明した方法は年率推定値の構成において現在・過去の値のみを用いる後ろ向き推定法 (backward estimation) と呼ぶことができる。こうした推定法を簡単に実現する方法としては、例えば季節調整法として知られている X-12-ARIMA プログラムを用いて行うことも実は可能である。本稿では詳しく説明しないが、この X-12-ARIMA プログラムでは季節性の推計途中で過去の (トレンド成分＋循環成分) の状態推定を行っているので、その推定値を利用すればよいのである。さらに年率推定値の構成問題においては、より積極的に将来の予測値を組み込む前向き推定法 (forward estimation) を導入することもできることを指摘しておく。例えば本稿で利用している DECOMP ではトレンド成分や循環成分の状態推定を利用してさらに予測量を構

[25] 統計数理研究所の北川源四郎氏により開発されたプログラムであるが、Web 上で簡単に利用することができる。時系列成分を構成する確率変数にガウス分布を仮定し、カルマン・フィルターを拡張した平方根フィルターを利用して状態推定を行うが、むろん非ガウス分布・非線形モデルへの拡張は可能である。

成することも容易に可能である。例えば任意の整数 $k, h > 0$ に対し

$$r_i^{(TC,k,h)} = [(T_{i+h} + C_{i+h}) - T_{i-k}] \times \frac{4}{k+h} \ , \tag{4.13}$$

あるいは

$$r_i^{(TC*,k,h)} = [(T_{i+h} + C_{i+h}) - (T_{i-k} + C_{i-k})] \times \frac{4}{k+h} \ , \tag{4.14}$$

としよう。

系 4.1： 定理 4.1 の仮定の下で年率推定値 $r_i^{(TC,k,h)}$ の分散は k を $k+h$, $\sigma_I^2 = 0$ とおいた公式 (4.6) および (4.8) で与えられる。

例えば $h = k = 1$ とすれば、現在時点を中心として平均化された年率 DGP 推定量と見なすことができる。なお、こうした前向き年率推定方式を実現する為には将来の時系列成分の予測値を必要とする[26] 。

< 図 4.1:四半期 (実質)GDP 年率推定値 >

図 4.1 では従来型の年率換算値、本稿で提案する年率推定値 ($k = 1, 2, 4$)、さらに前向き年率推定値を比較している。特に $k = h = 1$ とするとかなり安定した年率推定値が得られ、$k = 2$ とした後ろ向き年率推定値とかなり近い数値が得られることが興味深い。

佐藤・国友 (2010) は年率変化率の頑健な推定法は定理 4.1 により分散の意味で従来の年率推定量より安定的であることを指摘した。さらに年率推定量を１年先までの変化率の予測量とみると、予測の平均二乗誤差を評価することでその精度を比較することができる。ここで説明した推定量について予測の平均二乗誤差については佐藤・国友 (2010) は次のような結果を得ている。なお、個々での結果は本稿で提案している推定方法の良さを示しているが、ここでの設定はもっとも簡単な状況であ

[26] 日本の官庁の当局者は X-12-ARIMA 法を採用した時点から ARIMA モデルによる将来の状態推定を採用している、ことを指摘しておく。直近の (対称) 移動平均値を計算するためには将来値を予測する必要があるが、むろん予測値を利用すると予測誤差が生じるのは当然であるので誤差評価が重要となる。

ることに注意しておく。

定理 4.2 : 時系列 $X_i = T_i + C_i + I_i$ の構成成分 T_i, C_i, I_i $(i = 1, \cdots, n, n+1 \cdots, N)$ について次のことを仮定する。
(i) 各要素は互いに無相関な確率変数列, (ii) 循環成分 C_i は (弱) 定常過程であり $Var[C_i] = \gamma_C(0), Cor(C_i, C_{i-k}) = \rho_C(k)$ (k 次自己相関関数), (iii) 不規則変動 I_i は互いに無相関の確率変数列, 分散を $Var[I_i] = \sigma_I^2$, とする。(iv) トレンド要素 T_i については、トレンドの階差 $\Delta T_i = T_i - T_{i-1}$ は互いに独立で分散 $Var[\Delta T_i] = \sigma_T^2$, 初期値は固定した数値とする。
時刻 n における H 期差分の予測量としては $r_n^{a)}$ は (4.2), 後ろ向き予測量 $r_n^{TCI,k}$ は (4.4), 前向き予測量 $r_i^{TC,h,k}$ は (4.13) でそれぞれ定義する。このとき現時点 n から H 期間 $(n + H \leq N)$ の変化率の予測誤差は次式で与えられる。
(I) 予測の平均二乗誤差は $r_n^{(a)}$ については

$$(4.15) \qquad \mathrm{PMSE}(r_i^{(a)}) = (H^2 + H)\sigma_T^2 + [1 + (1+H)^2 + H^2]\sigma_I^2 + Var[C_{n+H} - (1+H)C_n + HC_{n-1}] \, ,$$

$r_n^{TCI,k}$ については

$$(4.16) \qquad \mathrm{PMSE}(r_i^{TCI,k}) = [H + k(\frac{H}{k})^2]\sigma_T^2 + [1 + (1 + \frac{H}{k})^2]\sigma_I^2 + Var[C_{n+H} - (1 + \frac{H}{k})C_n] \, ,$$

$r_n^{TC,h,k}$ については

$$(4.17) \quad \mathrm{PMSE}(r_i^{TC,h,k}) = [(H-h) + h(1 - \frac{H}{h+k})^2 + k(\frac{H}{h+k})^2]\sigma_T^2 + 2\sigma_I^2 + Var[C_{n+H} - \frac{H}{h+k}C_{n+h} - C_n] \ ,$$

によりそれぞれ与えられる。
(II) $1 < k < H$ のとき予測の平均二乗誤差の σ_T^2 項、σ_I^2 項については $r_n^{(a)}$ は $r_n^{TCI,k}$ より大きい。条件

$$(4.18) \qquad 1 - \frac{1}{2k^2} - \rho_C(1) > 0$$

であり H^2 が十分に大きければ、予測の循環項に関する平均二乗誤差 Var(循環項) については $r_n^{(a)}$ は $r_n^{TCI,k}$ より大きくなる[27]。

[27] 数理的により正確には $\lim_{H\to\infty}(1/H^2)[\mathrm{MSE}(r_n^{(a)}) - \mathrm{MSE}(r_n^{TCI,k})] > 0$ を意味する。

(III) $1 < h + k < H$ のとき予測の平均二乗誤差の σ_T^2 項、σ_I^2 項については $r_i^{(a)}$ は $r_i^{TCI,k}$ より大きい。条件

$$1 - \frac{1}{2k^2} - \rho_C(1) > 0 \tag{4.19}$$

であり H^2 が十分に大きければ、予測の平均二乗誤差の Var (循環項) については $r_n^{(a)}$ は $r_n^{TC,h,k}$ より大きくなる。

なお定理 4.2 では一般の H 期先予測について述べているが、四半期データによる 1 年先予測問題では予測期間 $H = 4$ としておけばよい。

5. マクロ経済統計を巡る課題

状態空間表現・X-12-ARIMA・DECOMP

近年の時系列分析や計量経済学においては非定常時系列としての単位根過程の統計モデルの利用は盛んであり、そうした統計的モデルの推定法についてかなり議論されている。また加納 (2006) は様々な統計的フィルタリングの方法を利用して景気動向の分析を試みている。しかしながら、政府が公表している主要なマクロ経済統計の原系列で実際に扱っているような、トレンド成分、循環成分、季節成分、不規則成分が混在し、同時に含まれている系列に対する統計的モデルの議論はそれほど多くない。経済学的分析が十分になされていないためであろうか、マクロ経済分析では季節性を本格的に取り入れた議論が少ない。また季節成分を含む時系列成分の状態推定についてマクロ経済統計で実用に利用できるほど信頼性のある統計的方法もあまり実用化されていない。他方、政府の経済統計においてはしばしば利用されている X-12-ARIMA プログラムは現代的な統計的時系列分析が展開される以前に実務的要請のもとで開発された経緯があるという理由からであろうか[28]、(欧米を含めて) 標準的とされる時系列分析や計量経済学で議論されることは今までのところあまりない。国友・佐藤 (2010) の 6 節で指摘しているようにトレンド成分、循環成分、季節成分、不規則成分、を含む複数の時系列の変動は状態空間により表現することが可能である。むろん既に指摘したように Decomp や X-12-ARIMA を利用すると後ろ

[28] X-12-ARIMA を巡るこうした問題については国友 (2006a,b) の議論が参考となろう。

向き年率推定量を構成することが可能である。

本稿では前節まで説明した3つの問題で必要性が生じた為、Decomp プログラムを利用した。原系列に対しトレンド成分、循環成分、季節成分、不規則成分からなる加法的成分モデルを仮定し、原系列の変動を状態空間モデル (state space model) として表現し、最尤推定法 (maximum likelihood method) を用いて推定した。例えば2節の住宅着工件数に対する分析では12次元の状態変数を状態ベクトル $\mathbf{x}'_j = (TC_j, S_j, \cdots, S_{j-10})$, $\mathbf{v}_j = (v_{Tj}, v_{Sj})'$, $j = 12, \cdots, N$

$$\begin{pmatrix} TC_j \\ S_j \\ S_{j-1} \\ \vdots \\ S_{j-10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \cdots & \cdots & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} TC_{j-1} \\ S_{j-1} \\ S_{j-2} \\ \vdots \\ S_{j-11} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_T v_{Tj} \\ \sigma_S v_{Sj} \end{pmatrix}$$

と置けば

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{F}\mathbf{x}_{j-1} + \mathbf{G}\mathbf{v}_j \tag{5.1}$$

という状態方程式 (state equation) の表現が得られる。ただし行列 $\mathbf{F}, \mathbf{G}$ は上の表現で定義した。さらに観測方程式 (observation equation) は原系列 Y_j $(j = 1, \cdots, N)$ は1次元なので

$$Y_j = (1, 1, 0, \cdots, 0)\mathbf{x}_j + \sigma_I v_{Ij} \tag{5.2}$$

と表現できる[29]。なおここでは説明のためにDecompと同様に時系列成分として、トレンド・循環成分モデル $\Delta TC_j = \sigma_T v_{Tj}$, 季節成分モデル $\sum_{k=0}^{11} S_{j-k} = \sigma_S v_{Sj}$ を仮定したが、標準偏差の母数 $\sigma_T > 0, \sigma_S > 0, \sigma_I > 0$, v_{ij} $(i = T, S, I; j = 12, \cdots, N)$ は互いに独立で $N(0, 1)$ したがう確率変数としている。ここで変数誤差モデルにおける基本的な確率変数ベクトルは

$$\mathbf{w}_j = (v_{Tj}, v_{Sj}, v_{Ij})$$

であるので3次元の確率分布が必要となる。初期条件の分布を定めれば尤度関数が定まるので数値的に評価することで未知母数の推定が可能となる。なお3節で説明

[29] 尤度関数を確定するには初期条件の分布を設定する必要がある。通常は線形ガウスの状態空間モデルであれば初期分布として正規分布を設定するのが整合的である。

した設備投資の推計モデルでは国友・佐藤 (2010) が説明しているように観測方程式は２次元である。

こうした状態変数が高次元で観測誤差を含む時系列の分析はしばらく前までは非常に困難であった。したがって X-12-ARIMA モデルに代表されるような実用的ではあるが理論的には明確でない方法が実務的に開発されたのである。近年の計算統計学の進歩の中ではこうした問題を状態空間モデルとして定式化し状態を推定することは困難ではない。また北川 (2005) による DECOMP プログラムの説明ではある種のベイズ的解釈から説明しているが、結局は最尤推定であるので通常の古典的アプローチによる解釈も可能である。本稿では住宅着工件数系列、四半期 GDP の設備投資系列、四半期 GDP 時系列の状態空間表現とその構成成分の状態を推定する方法として DECOMP を用いていることに注意しておく。

結論と展望

本稿では日本経済の動向を理解する上で基本的で重要な月次系列である住宅着工件数、四半期の設備投資系列や GDP 速報の系列、など日本の主要なマクロ経済統計の公表値に関わる幾つかの基本的な問題について議論した。新聞やテレビ・ニュースなどでマス・メディアを通じてしばしば大きく報じられている月次系列の前年同月比、四半期系列の前年同期比によるマクロ経済系列の解釈には近年での日本のマクロ経済を取り巻く環境を所与とすると、基本的な問題があることを指摘した。またしばしばマス・メディアを通じて大きく報じられている原系列から季節調整を行って得られる季節調整値にもとづく「GDP 年率換算値」が一体何を意味するのか必ずしも明確でないことを指摘した。仮に四半期 GDP 系列の年率換算値という公表値を示す目的が、瞬間的成長率ではなく何らかの意味で「今後に実現する１年間の成長率」と理解すると、現在の年率換算値の推定法を改善する方法として、過去の不規則変動の影響を推定の際に取り除き、より安定的でより信頼のおける推定方法が可能であることを主張した。さらに住宅投資系列や設備投資系列などを例に主要なマクロ政府統計における季節調整値の扱いは、近年の日本の経済が経験しているような環境ではその解釈がかなり困難になってきていることを例示により指摘した。

なお、本稿では十分に議論できなかったマクロ経済統計を巡る幾つかの重要な問題について言及しておこう。第一に、本質的に不確定な量を推定する場合には得られた数値の不確実性は信頼区間で表現することが統計的方法としては標準的である。

日本を含めて政府統計という場面ではこれまでこうした統計的評価法を重視していないが、重要な検討課題であろう。本来的に確定的に推定できない量をあたかも確定値として処理しようとすると、しばしば問題が生じてしまうのは古くから統計学が教えるところである。

第二には原系列より前期比を推計したり、トレンド成分や循環成分を推定するには季節調整法の利用が不可欠である。X-12-ARIMA など現在用いられている方法は移動平均を利用して一種の平滑化 (smoothing) の方法であることが知られているが、こうした方法では例えば大きな変動が観察されると、その影響がかなり長い期間に続くことが知られている。したがって、近年の日本のマクロ時系列の変動をある種の構造変化ととらえると、そうした変動をも考慮した季節調整方法を研究する必要がある。

第三には、現行の GDP 統計の全体においては、GDP 四半期速報系列は時間的により遅く計測される GDP 確報系列の一種の推定値（あるいは予測値）との解釈も可能であろう。この種の問題は統計学的にはマクロ経済の「遅れを伴う状態推定」の問題として理解し処理することが妥当であろう。この問題はマクロ経済統計では「ベンチマーク問題」として知られている重要な問題ではあるが、さまざまな論点を関わるので別の機会により詳しく論じる必要があろう。

最後になるが、経済学者によるこれまで行われた実証研究では、対象とする個々のマクロ経済統計がどの様な構成要素から成り、どの様に季節調整により作成された公表値を利用してるか、という意識が欠けて行われていることも少なくない。例えばある経済政策の動学効果を計測する場合にはマクロ経済統計を構成する、トレンド成分、循環成分、季節成分、不規則成分、構造変化成分、におけるどの構成成分についての効果なのかを識別する必要があると考えられる。季節調整系列、特に X-12-ARIMA による季節調整系列を利用する場合には、利用する系列が作成される際にあらかじめ当局者が妥当と判断した Reg-ARIMA モデルを含む複雑な統計的処理により推計されていることを考慮する必要がある。他方、原系列をそのまま利用する場合には、原系列における季節成分をどのように処理するかはかなり難しい問題となる。こうした論点をより掘り下げて分析するには既存の統計的分析手段は限られているので、マクロ経済統計を構成する成分を考慮した新しい計測方法を開発する必要性があると思われる。

参考文献

[1] IMF Quarterly GDP Estimation Manual (2001), International Monetary Fund (Home Page).

[2] 加納悟 (2006)「マクロ経済分析とサーベイデータ」, 岩波書店。

[3] 北川源四郎 (2005)「時系列解析入門」, 岩波書店。

[4] 国土交通省 (2010)「建築動態統計調査・建築着工統計」(http://www.mlit.go.jp/toukeijouhou/chojou)。

[5] 国友直人編 (2004)「解説 X-12-ARIMA(2002)」, CIRJE-R-1(研究報告), 東京大学日本経済国際共同研究センター (CIRJE)。

[6] 国友直人 (2006a)「季節調整法」計量経済学ハンドブック 14 章, 朝倉書店。

[7] 国友直人 (2006b)「季節調整法 X-12-ARIMA と日本の官庁統計」, CIRJE-R-5(研究報告), 東京大学日本経済国際共同研究センター (CIRJE)。

[8] 国友直人・佐藤整尚 (2010)「GDP 速報の推定法の改善について」, 内閣府経済社会総合研究所, Discussion Paper No.249 (http://www.ersi.go.jp/jp/archive/e_dis/e_discus.html/), 経済学論集 (東京大学経済学部, 近刊)。

[9] 高岡慎・国友直人 (2010) 「最近のマクロ経済変動と季節調整 (貿易統計を題材に)」, CIRJE DP-J-219 (http://www.e.u-tokyo.ac.jp/cirje/research), 経済学論集 (東京大学経済学部) 76-1,56-74。

[10] 佐藤整尚・国友直人 (2010) 「景気判断と平滑化問題 (GDP 公表値を巡って)」, CIRJE DP-J-218 (http://www.e.u-tokyo.ac.jp/cirje/research), 経済学論集 (東京大学経済学部, 近刊)。

[11] 内閣府・国民経済計算部 (2010)「四半期別 GDP 速報の推計方法」, (平成 18 年 7 月改定, http://www.ersi.cao.go.jp/jp/sna/qe_manu/060712/suikeiho-kaitei.html/).

[12] 山本拓 (1987)「経済の時系列分析」(創文社)。

付録：幾つかの図

(**図への補足**)： 図 2-3 および図 3-1 は Decomp プログラムを利用して作成した。Decomp プログラムを利用した推定結果はいずれも原系列（orijinal）に対し加法的に成分分解モデルを適用したが、図中で orijinal は原系列, Adjusted は季節調整系列, trend はトレンド成分,seasonal は季節成分, noise は不規則成分, AR process は循環成分,Adjusted は季節調整系列を表している。TC 成分は (トレンド成分)+(AR 成分), 季節調整系列は (原系列)-(季節成分) により求めている。Decomp プログラムにおける計測モデルとしては、図 2-3 では Decomp(1,0,12)、図 3-1 では Decomp(2,2,4) を利用した。ここで Decomp(t,c,s) の t はトレンド階差の次数, c は循環 AR 項の次数, ｓは１年間の周期を表すものとした。

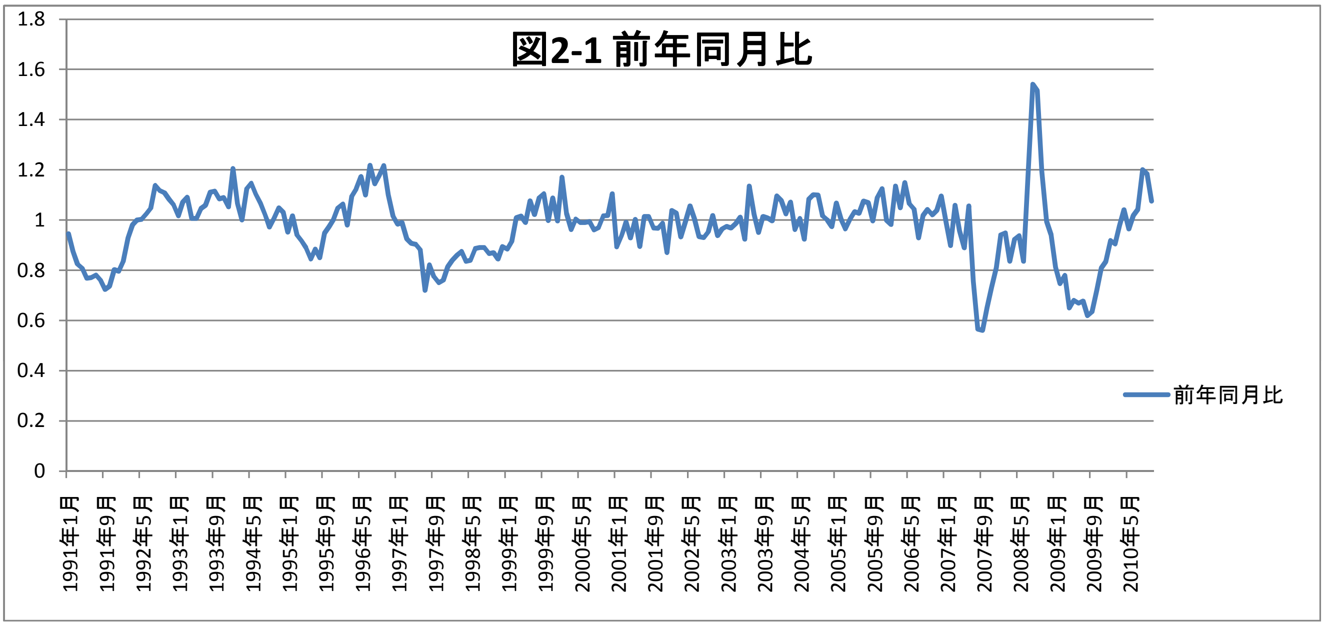


図2-1 前年同月比
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
前年同月比
1991年1月
1991年9月
1992年5月
1993年1月
1993年9月
1994年5月
1995年1月
1995年9月
1996年5月
1997年1月
1997年9月
1998年5月
1999年1月
1999年9月
2000年5月
2001年1月
2001年9月
2002年5月
2003年1月
2003年9月
2004年5月
2005年1月
2005年9月
2006年5月
2007年1月
2007年9月
2008年5月
2009年1月
2009年9月
2010年5月

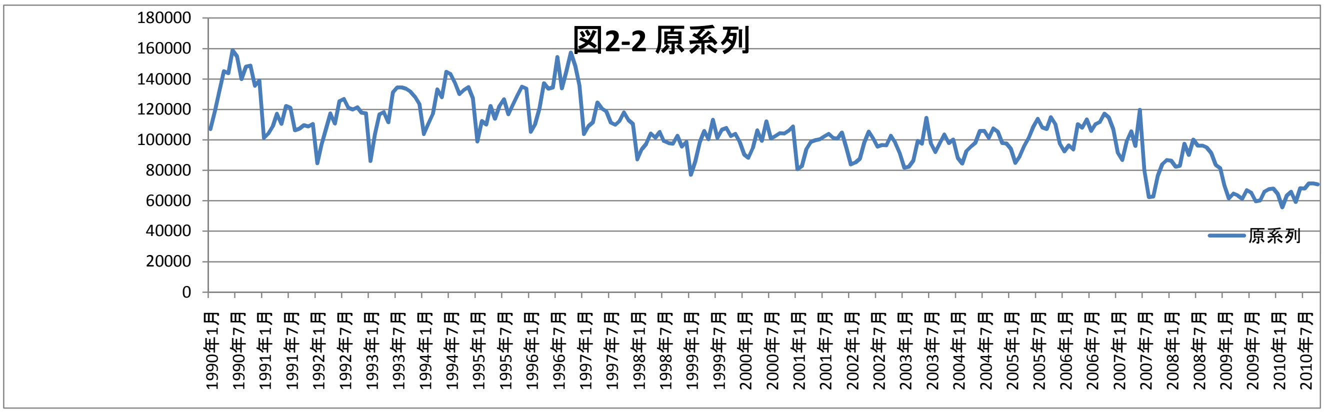


図2-2 原系列
180000
160000
140000
120000
100000
80000
60000
40000
20000
0
原系列
1990年1月
1990年7月
1991年1月
1991年7月
1992年1月
1992年7月
1993年1月
1993年7月
1994年1月
1994年7月
1995年1月
1995年7月
1996年1月
1996年7月
1997年1月
1997年7月
1998年1月
1998年7月
1999年1月
1999年7月
2000年1月
2000年7月
2001年1月
2001年7月
2002年1月
2002年7月
2003年1月
2003年7月
2004年1月
2004年7月
2005年1月
2005年7月
2006年1月
2006年7月
2007年1月
2007年7月
2008年1月
2008年7月
2009年1月
2009年7月
2010年1月
2010年7月

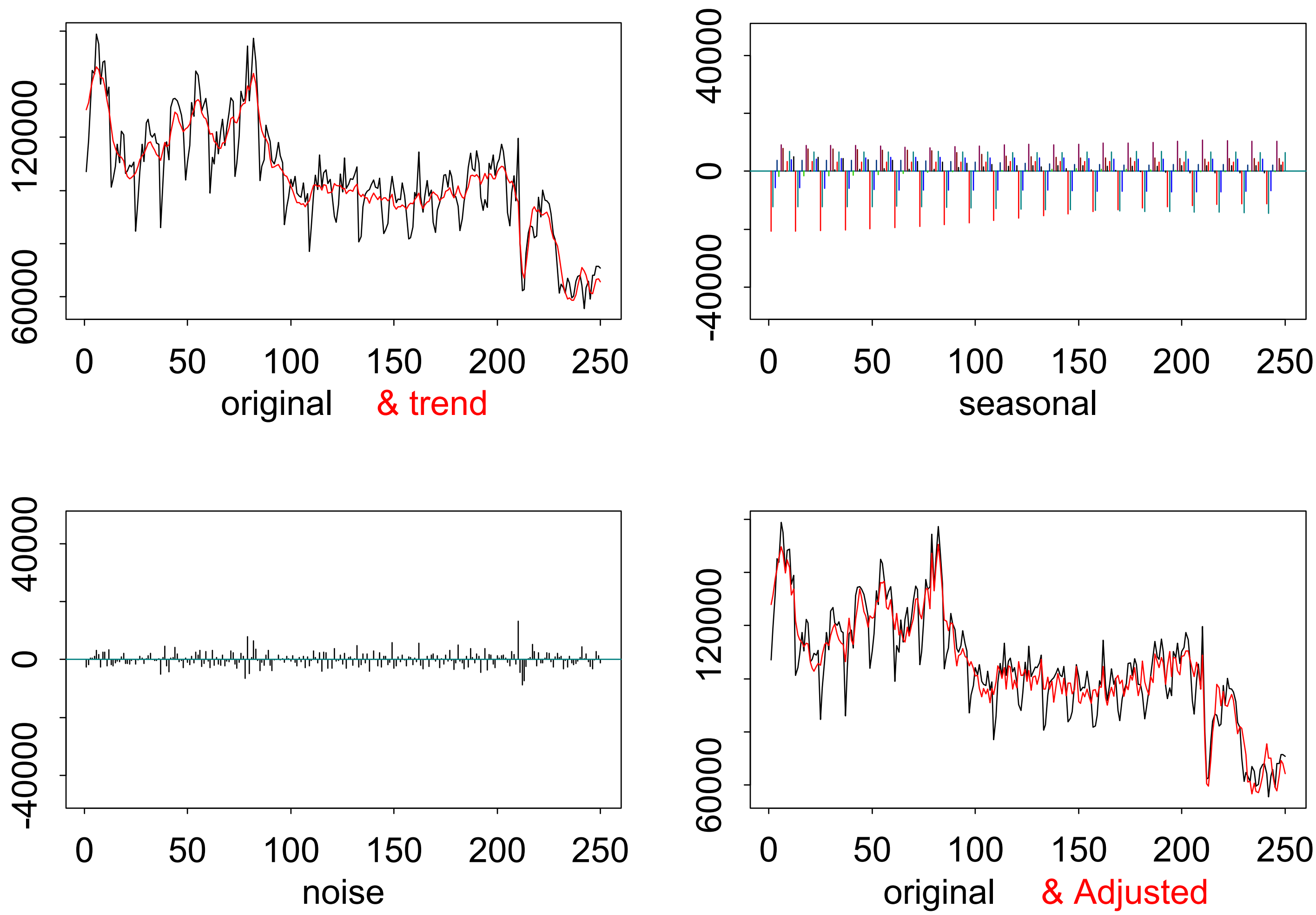
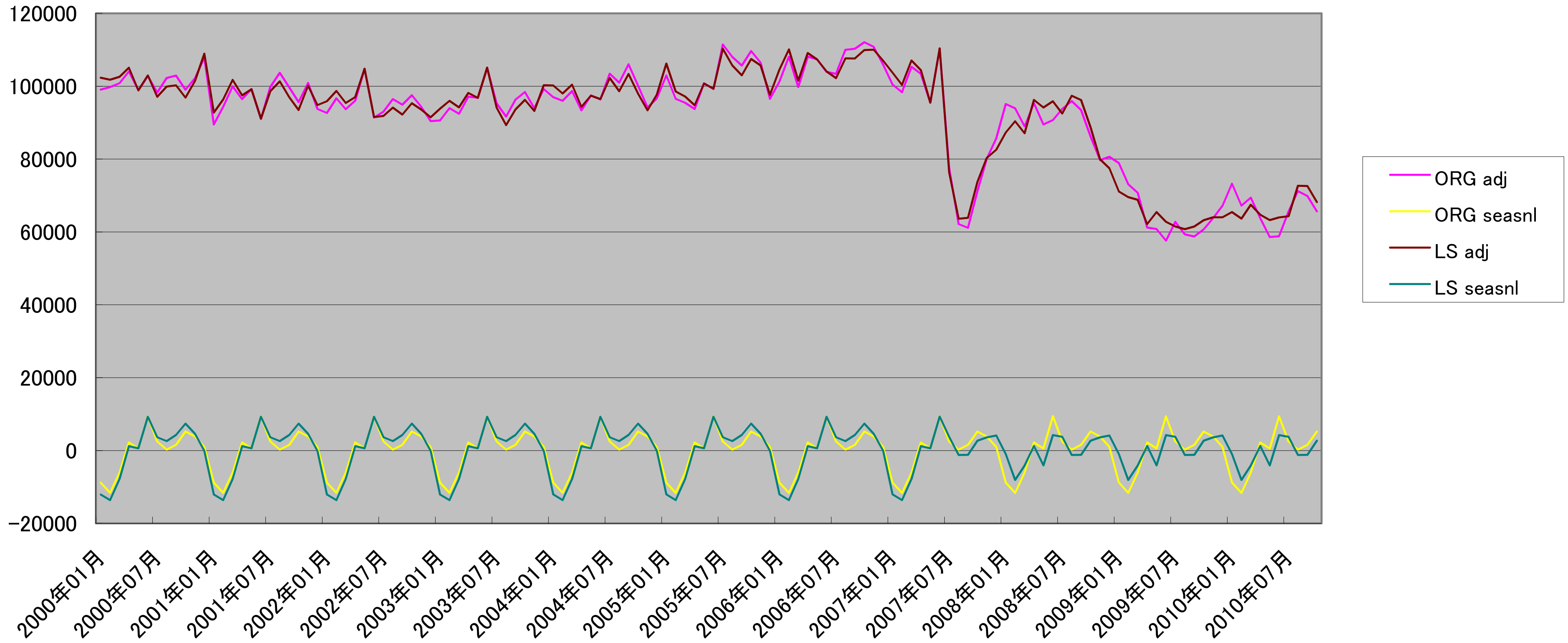


図 2-3

図2-4 アネハ・ショックの前後



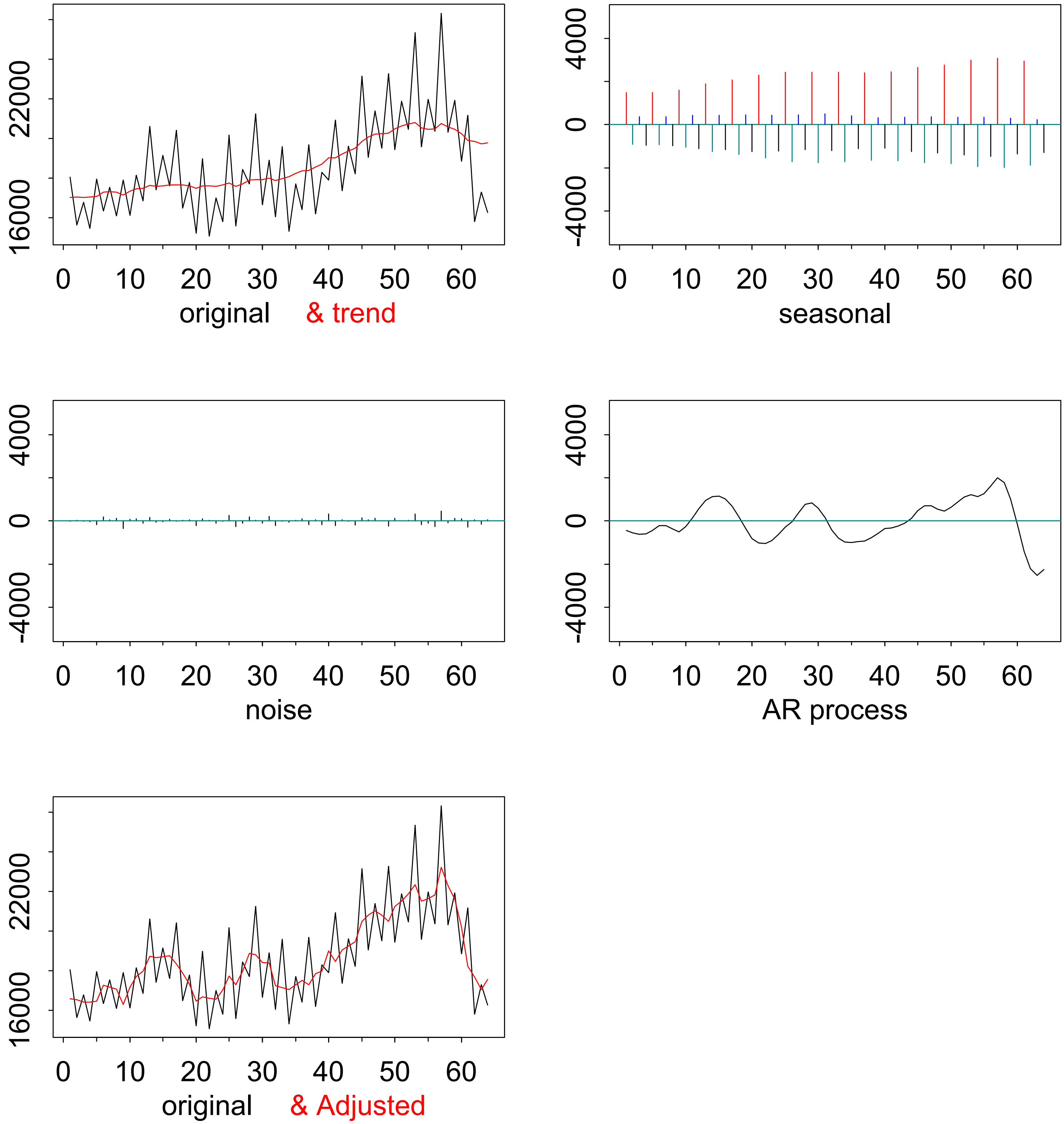

original & trend
seasonal
noise
AR process
original & Adjusted

図 3-1

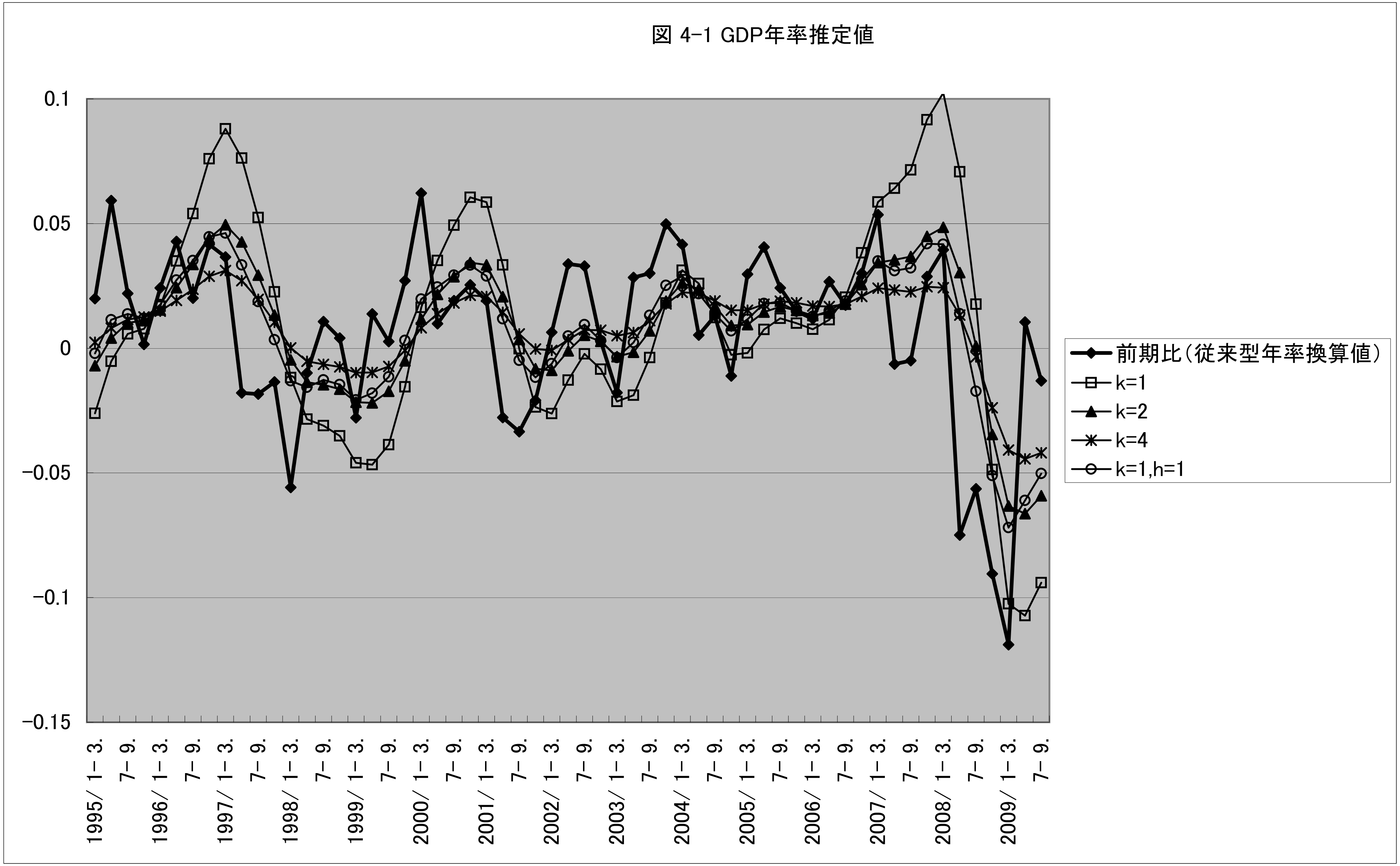


図 4-1 GDP年率推定値
0.1
0.05
0
-0.05
-0.1
-0.15
前期比(従来型年率換算値)
k=1
k=2
k=4
k=1,h=1
1995/ 1-3.
7-9.
1996/ 1-3.
7-9.
1997/ 1-3.
7-9.
1998/ 1-3.
7-9.
1999/ 1-3.
7-9.
2000/ 1-3.
7-9.
2001/ 1-3.
7-9.
2002/ 1-3.
7-9.
2003/ 1-3.
7-9.
2004/ 1-3.
7-9.
2005/ 1-3.
7-9.
2006/ 1-3.
7-9.
2007/ 1-3.
7-9.
2008/ 1-3.
7-9.
2009/ 1-3.
7-9.